

Braunschweiger Schriften zur Mechanik Nr. 53-2003

**Einfluß der Mikrostruktur  
auf die Festigkeitseigenschaften  
von Metallschäumen**

von

**Knut Hupfer**

Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre  
Technische Universität Braunschweig

Herausgegeben vom Mechanik-Zentrum der  
Technischen Universität Braunschweig

Schriftleiter: Prof. Dr. rer. nat. H. Antes

Institut für Angewandte Mechanik  
Postfach 33 29  
D-38023 Braunschweig

Tel.: (05 31) 3 91 - 71 00

Fax: (05 31) 3 91 - 58 43

© Copyright 2003 K. Hupfer, Braunschweig

BSM 53-2003

ISBN 3-920395-52-2

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten. Mit Genehmigung des Autors ist es gestattet, dieses Heft ganz oder teilweise zu vervielfältigen. Diese Arbeit ist auch als PDF-Datei über das Online-Publikations-System (OPuS) der Universitätsbibliothek Braunschweig erhältlich ([http://www.biblio.tu-bs.de/ediss/index\\_ediss.html](http://www.biblio.tu-bs.de/ediss/index_ediss.html)).

Knut Hupfer:

## **Einfluß der Mikrostruktur auf die Festigkeitseigenschaften von Metallschäumen**

Eine Voraussetzung für die Konstruktion und Dimensionierung von mechanisch stark belasteten Bauteilen aus Metallschäumen ist die Existenz geeigneter Werkstoffgesetze.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Untersuchung des Einflusses der Mikrostruktur auf die Festigkeitseigenschaften von Metallschäumen mit Hilfe von FE-Simulationen. Dabei kommt ein kristallplastisches Werkstoffmodell zum Einsatz, das am Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre entwickelt wurde. Die für Metallschäume charakteristischen Merkmale der Mikrostruktur werden in den verwendeten FE-Netzen berücksichtigt. Um auch Rißentstehung und -fortschritt simulieren zu können, wird das Werkstoffmodell außerdem um ein Schädigungsmodell erweitert.

Es zeigt sich, daß feinkörnige Gefüge mit mehreren Körnern in Dickenrichtung der Zellwand, die außerdem keine Fehlerstellen wie Mikroporen oder Anrisse enthalten, bedeutend bessere mechanische Eigenschaften aufweisen als die bei realen Metallschäumen beobachteten grobkörnigen Gefüge mit Fehlerstellen.

## **The Influence of the Microstructure on the Mechanical Strength of Metal Foams**

Suited material laws are necessary for the construction of heavily stressed structural parts made of metal foams.

The objective of this work is to investigate the influence of the microstructure on the mechanical strength of metal foams using FE simulations and a crystal plastic material law. Characteristic details of the microstructure of metal foams are taken into account. A damage law is implemented into the material model to simulate fracture initiation and propagation.

It is shown that the mechanical strength of fine-grained cell walls, that have no imperfections like mikrovoids etc., is much better than that of real cell walls having a coarse-grained microstructure with lots of imperfections.





**Einfluß der Mikrostruktur  
auf die Festigkeitseigenschaften  
von Metallschäumen**

Von der Gemeinsamen Fakultät für Maschinenbau und Elektrotechnik  
der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig

zur Erlangung der Würde  
eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

von  
Knut Hupfer  
aus Braunschweig

eingereicht am: 11. 11. 2002  
mündliche Prüfung am: 31. 03. 2003  
Referenten: Prof. em. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E. h. E. Steck  
Prof. Dr. rer. nat. J. Rösler

2003



## Vorwort

Diese Dissertation entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre und am Institut für Werkstoffe der Technischen Universität Braunschweig.

Mein besonderer Dank gilt meinem Doktorvater, Herrn Professor Steck, der die Anregung für diese Arbeit lieferte und am Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre eine unvergleichliche Arbeitsatmosphäre und beste Rahmenbedingungen geschaffen hatte, die wesentlich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Ebenso danke ich Herrn Professor Rösler für die Übernahme des Korreferates. Außerdem bin ich ihm sehr dankbar dafür, daß er mich während des letzten Jahres der Entstehungszeit dieser Arbeit herzlich und unbürokratisch am Institut für Werkstoffe aufgenommen und damit die Fertigstellung dieser Arbeit ermöglicht hat. Bei Herrn Professor Dilger möchte ich mich für die Übernahme des Prüfungsvorsitzes bedanken.

Meinen ehemaligen Kollegen vom Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre, Sebastian Bross, Thomas Schacht, Matthias Vesper, Hauke Wittich und Christoph Zorn, sowie unserer Institutssekretärin, Marion Blaschke, danke ich für die sehr angenehme Arbeitsatmosphäre sowie die ständige Hilfs- und Diskussionsbereitschaft. Auch allen Mitarbeitern des Instituts für Werkstoffe, die mich für ein Jahr wie selbstverständlich an ihrem Institut aufgenommen haben, danke ich sehr herzlich.

Unter allen ehemaligen Kollegen gebührt Harald Harders vom Institut für Werkstoffe, der mit mir zusammen das Projekt *Werkstoffgesetze und Werkstoffdesign ermüdungsbelasteter Metallschäume* bearbeitet hat, ein besonderer Dank. Nicht nur bei fachlichen Fragen, sondern auch bei Hard- und Softwareproblemen sowie bei der Verbesserung von Formulierungen und des Layouts war er stets eine wichtige Hilfe und hat einen großen Anteil am Gelingen dieser Arbeit.

Abschließend möchte ich meinen lieben Eltern und meiner lieben Wiebke danken, die mich immer unterstützt und das zum Abschalten von der Arbeit wichtige angenehme private Umfeld geschaffen haben.

Braunschweig, im Mai 2003

*Knut Hupfer*



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Metallschäume</b>	<b>9</b>
2.1	Einordnung . . . . .	9
2.2	Herstellung . . . . .	12
2.2.1	Das pulvermetallurgische Verfahren . . . . .	12
2.2.2	Schmelzmetallurgische Verfahren . . . . .	15
2.3	Eigenschaften . . . . .	17
<b>3</b>	<b>Das Projekt <i>Werkstoffgesetze und Werkstoffdesign</i> <i>ermüdungsbelasteter Metallschäume</i></b>	<b>21</b>
3.1	Experimente . . . . .	22
3.1.1	Stand der Forschung . . . . .	22
3.1.2	Experimente im Projekt . . . . .	25
3.2	Mesoskopische Simulationen . . . . .	26
3.2.1	Stand der Forschung . . . . .	26
3.2.2	Mesoskopische Simulationen im Projekt . . . . .	30
3.3	Mikroskopische Simulationen . . . . .	32
3.3.1	Metallographische Untersuchungen . . . . .	32
3.3.2	Mikroskopische Simulationen im Projekt . . . . .	36
<b>4</b>	<b>Elastizität und Plastizität kristalliner Materialien</b>	<b>39</b>
4.1	Makroskopisches Verhalten . . . . .	39
4.2	Mikromechanik der Verformung . . . . .	43
4.2.1	Kristalline Werkstoffe . . . . .	43
4.2.2	Ebenen und Richtungen im Kristallgitter . . . . .	43
4.2.3	Elastische Verformung . . . . .	45

4.2.4	Plastische Verformung . . . . .	47
4.2.5	Versetzen . . . . .	50
4.2.6	Verfestigung . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Das kristallplastische Werkstoffmodell</b>	<b>65</b>
5.1	Benutzerdefinierte Werkstoffmodelle im FE-Programm <i>ABAQUS/Standard</i> . . . . .	65
5.2	Eigenschaften . . . . .	66
5.3	Mathematische Grundlagen . . . . .	68
5.3.1	Koordinatensysteme . . . . .	68
5.3.2	Transformationen . . . . .	69
5.3.3	Bestimmung des globalen Spannungszustands . . . . .	71
5.4	Die numerische Umsetzung . . . . .	72
5.5	Implementierung eines Schädigungsmodells . . . . .	75
<b>6</b>	<b>Finite-Elemente-Simulationen</b>	<b>79</b>
6.1	Rahmenbedingungen . . . . .	79
6.1.1	Modellarten . . . . .	79
6.1.2	Erstellung und Analyse von FE-Modellen . . . . .	81
6.1.3	Parameteranpassung . . . . .	83
6.2	Simulationsrechnungen an Zellwandmodellen . . . . .	87
6.2.1	Allgemeines . . . . .	87
6.2.2	Zugversuche . . . . .	89
6.2.3	Schädigungsuntersuchungen . . . . .	104
6.2.4	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	115
6.3	Simulationsrechnungen an Gefügausschnittsmodellen . . . . .	117
6.3.1	Allgemeines . . . . .	117
6.3.2	Zugversuche . . . . .	122
6.3.3	Zusammenfassung der Ergebnisse . . . . .	129
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>131</b>
	<b>Anhang</b>	<b>135</b>
<b>A</b>	<b>Formelzeichen</b>	<b>137</b>
<b>B</b>	<b>Die oktaedrischen Gleitsysteme</b>	<b>141</b>

<b>C Inverse Stereographische Projektion</b>	<b>145</b>
<b>D Matrizen</b>	<b>149</b>
D.1 Transformationsmatrizen . . . . .	149
D.2 Weitere Matrizen . . . . .	151
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>153</b>





# 1 Einleitung

Metallschäume sind seit einigen Jahren das Thema zahlreicher Forschungsprojekte aus dem Bereich der Werkstoffentwicklung. Durch die Verbesserung der verschiedenen Herstellungsverfahren erscheint es nun denkbar, sie in naher Zukunft in größeren Mengen zu erschwinglichen Preisen herstellen zu können. Doch obwohl große Erwartungen an die Eigenschaften dieser neuen Werkstoffklasse gestellt werden, sind vor einem Einsatz in Großserien noch viele Fragen zu klären. Neben Qualitätsproblemen bei der Herstellung der Schäume spielt auch das Fehlen von Werkstoffgesetzen eine wichtige Rolle. Da ohne geeignete Werkstoffgesetze eine Dimensionierung oder eine Zulassung, z. B. in der Automobilindustrie, problematisch ist, gibt es eine Abneigung vieler potentieller Anwender, erprobte Konstruktionen durch Metallschaumstrukturen zu ersetzen oder zu ergänzen.

Um ein besseres Verständnis für die Eigenschaften der zellularen metallischen Werkstoffe zu bekommen und Möglichkeiten der weiteren Entwicklung dieser Werkstoffklasse aufzuzeigen, wurde im Jahre 1999 von der DFG das Schwerpunktprogramm *Zellulare Metallische Werkstoffe* (SPP 1075) ins Leben gerufen. Dieses Schwerpunktprogramm befaßt sich nicht nur mit metallischen Schäumen, sondern auch mit anderen zellularen metallischen Werkstoffen, wie z. B. Hohlkugelstrukturen. Die Arbeiten innerhalb des Schwerpunktprogramms lassen sich in die drei Hauptrichtungen *Herstellung*, *Eigenschaften* und *Bauteile* unterteilen. Sie werden von Instituten aus den Gebieten Fertigungstechnik, Werkstoffkunde, Kontinuumsmechanik und Metallphysik ausgeführt. Durch die enge Zusammenarbeit der Projekte dieser verschiedenen Arbeitsgebiete ist es möglich, die Zusammenhänge zwischen den Herstellparametern, der Zellstruktur und den Eigenschaften umfassend zu untersuchen und Möglichkeiten zur Optimierung der zellularen metallischen Werkstoffe aufzuzeigen.

Zu diesem Schwerpunktprogramm gehört das Teilprojekt *Werkstoffgesetze und Werkstoffdesign ermüdungsbelasteter Metallschäume*, das vom Institut für Werkstoffe und dem Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre der TU Braunschweig gemeinsam durchgeführt wird. Das Ziel dieses Projekts ist es, in enger Verzahnung von Experimenten und Simulationen Werkstoffgesetze für ermüdungsbelastete Metallschäume aufzustellen. Außerdem sollen Hinweise erarbeitet werden, wie Schäume zu gestalten sind, damit sie für bestimmte Anwendungen optimierte Eigenschaften besitzen. Dabei wird die Mikrostruktur besonders beachtet, da die Zellwände von metallischen Schäumen oft nur wenige Körner dick sind und eine Vielzahl von Imperfektionen enthalten, so daß die Materialgesetze der jeweils verwendeten Legierung nicht vorbehaltlos auf die Zellwände übertragen werden können.

Die vorliegende Arbeit, die im Rahmen des oben genannten Teilprojekts entstand, beschäftigt sich mit der Untersuchung des Einflusses der Mikrostruktur auf die Festigkeitseigenschaften von Metallschäumen mit Hilfe von Finite-Elemente-Simulationen. Dabei kam ein *kristallplastisches Werkstoffmodell* zum Einsatz, das am Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre für die Untersuchung von Ein- und Polykristallen entwickelt wurde.

In den Kapiteln 2 und 3 werden zunächst die wichtigsten Aspekte aus dem Bereich der metallischen Schäume dargestellt, wie z. B. Herstellungsverfahren, Eigenschaften und mögliche Verwendungsgebiete. Außerdem wird die Vorgehensweise im Projekt *Werkstoffgesetze und Werkstoffdesign ermüdungsbelasteter Metallschäume* mit Bezug auf den Stand der Forschung erläutert und begründet.

Zum besseren Verständnis des kristallplastischen Werkstoffmodells wird in Kapitel 4 auf die wichtigsten Aspekte der Elastizität und Plastizität kristalliner Materialien eingegangen. Der Schwerpunkt dieser Betrachtungen liegt bei den werkstoffkundlichen Grundlagen, die bei der Erstellung des Modells berücksichtigt wurden. Anschließend wird im 5. Kapitel das verwendete Werkstoffmodell und seine numerische Umsetzung für FE-Simulationen vorgestellt. Dabei wird insbesondere auf seine Eigenschaften und die zugrunde liegenden Gleichungen eingegangen. Außerdem wird die Erweiterung des Werkstoffmodells um ein Schädigungsmodell dargestellt, durch die die Simulation von Rißentstehung und -fortschritt ermöglicht wurde.

Das 6. Kapitel beschäftigt sich mit den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationsrechnungen. Zunächst wird auf die Parameteranpassung für diese Simulationen und die verwendeten Modelltypen eingegangen. Des weiteren wird erläutert, wie die verschiedenen Merkmale der Mikrostruktur, die bei

---

metallografischen Untersuchungen nachgewiesen werden konnten, für die Simulationen in FE-Netze umgesetzt wurden. Schließlich werden die Ergebnisse der Simulationen vorgestellt und Vorschläge gemacht, wie die Festigkeitseigenschaften von Metallschäumen durch Veränderungen der Mikrostruktur optimiert werden können. Ein besonderer Schwerpunkt bei den Simulationsrechnungen liegt auf der Erprobung und Beurteilung des neu implementierten Schädigungsmodells. Seine Leistungsfähigkeit wird erläutert, und es werden auf der Basis der Simulationsergebnisse Hinweise auf Schwachstellen sowie mögliche Ansätze zu ihrer Behebung gegeben.

Im abschließenden Kapitel werden die Ergebnisse noch einmal zusammengefaßt. Außerdem wird ein Ausblick auf weitere durchzuführende Untersuchungen gegeben, insbesondere im Hinblick auf Verbesserungsmöglichkeiten bei den Simulationen und die experimentelle Verifizierung der Ergebnisse.

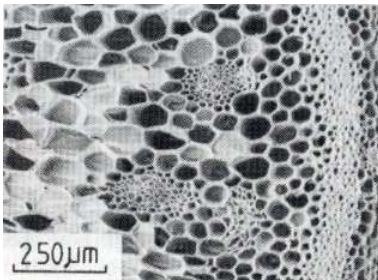


## 2 Metallschäume

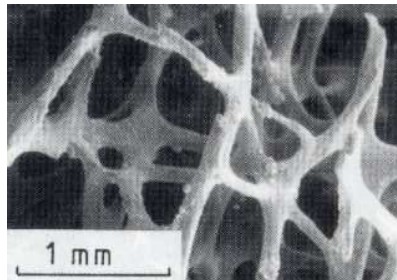
### 2.1 Einordnung

Eines der wichtigsten Ziele bei der Werkstoffentwicklung ist, insbesondere im Bereich des Fahrzeugbaus, die Reduzierung des Gewichts bei gleichzeitiger Erhaltung oder Verbesserung der Festigkeit. Neben der Methode, einen Grundwerkstoff durch Partikel oder Fasern zu verstärken, hat in den letzten Jahren die Verwendung *zellulärer Materialien* an Bedeutung gewonnen.

Als Vorbild für diese Werkstoffe dienen in der Natur vorkommende Strukturen, z. B. Holz, Knochen, Kork, Schwämme oder Korallen (siehe Abbildung 2.1). Diese Strukturen zeichnen sich durch große Stabilität bei geringem Materialeinsatz aus und erfüllen häufig noch Zusatzfunktionen, wie z. B. Nahrungstransport in Pflanzen, die bei nicht-zellularem Aufbau nicht möglich wären. Entsprechend ihrer jeweiligen Funktion sind die Zellen miteinander verbunden

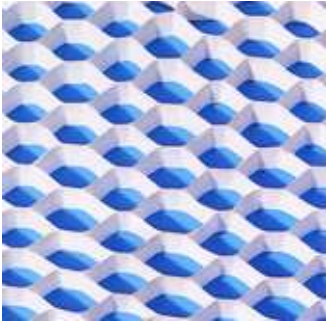


a: Pflanzenstengel.

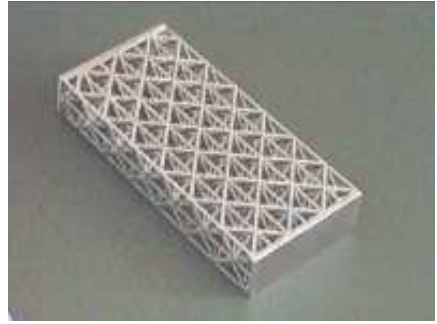


b: Knochen.

Abbildung 2.1: Beispiele für in der Natur vorkommende zelluläre Materialien [31].



a: Bienenwabenstruktur aus Aluminium (*Honeycomb*).



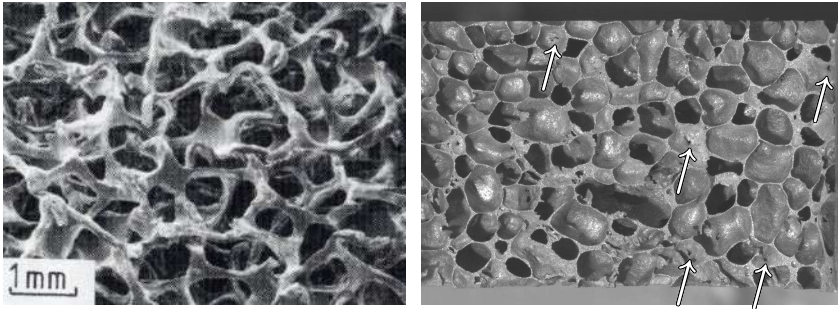
b: Räumliche Gitterstruktur aus Aluminium (*Lattice Block Material, LBM*).

Abbildung 2.2: Beispiele für zwei- (a) und dreidimensionale (b) periodische zelluläre Metalle.

(*offenporige Strukturen*) oder voneinander getrennt (*geschlossenporige Strukturen*). Der Aufbau der Zellverbünde aller in der Natur vorkommenden zellulären Strukturen wird i. a. als stochastisch bezeichnet, da sich keine periodische Anordnung der Zellen erkennen läßt. Diese Einordnung ist allerdings nicht korrekt, da der Aufbau dieser Materialien nicht stochastisch erfolgt, sondern an den jeweiligen Funktionen der verschiedenen Strukturen orientiert ist.

Die Metallschäume gehören zur Werkstoffklasse der *zellulären Metalle*. Diese unterteilt sich in Werkstoffe mit periodischer und Werkstoffe mit stochastischer Struktur [94]. Wie bei den natürlichen zellulären Materialien gibt es bei beiden Arten, bedingt durch das jeweilige Herstellungsverfahren, offen- und geschlossenporige Strukturen [46].

Die *periodischen zellulären Metalle* setzen sich aus Einheitszellen zusammen, die in zwei oder drei Raumrichtungen aneinandergereiht werden [31]. Diesem Aufbau entsprechend spricht man auch von zwei- oder dreidimensionalen periodischen zellulären Metallen. Zu den zellulären Metallen mit periodischem Aufbau gehören beispielsweise Bienenwabenstrukturen (*Honeycombs*, siehe Abbildung 2.2a) oder räumliche Gitterstrukturen (*Lattice Block Materials, LBM*, siehe Abbildung 2.2b). Abbildung 2.2 zeigt deutlich den Aufbau dieser Werkstoffe aus Einheitszellen. Im Fall der Bienenwabenstruktur ist die Einheitszelle ein Sechseck. Die Einheitszelle des Lattice Block Materials hat eine komplizier-



a: Offenporiger Kupferschaum [31].

b: Geschlossenporiger Aluminiumschaum [42]. Die Pfeile markieren einige herstellungsbedingte Risse und Löcher in den nominell geschlossenen Zellwänden.

Abbildung 2.3: Beispiele für stochastische zelluläre Metalle.

tere Struktur und ist in Abbildung 2.2b nicht sofort zu erkennen. Sie wird von WALLACH und GIBSON [95] ausführlich erläutert.

Die Metallschäume zählen zu den *stochastischen zellulären Metallen* (siehe Abbildung 2.3). Sie werden durch Aufschäumen von geschmolzenem Basismaterial erzeugt (siehe Abschnitt 2.2) und ähneln von der Struktur her den weit verbreiteten Kunststoffschäumen (*Schaumstoff*). Im Gegensatz zu den in der Natur vorkommenden zellulären Materialien kann hier von einem stochastischen Aufbau gesprochen werden, da die Entstehung der einzelnen Zellen beim Aufschäumen vollkommen zufällig und nicht im Hinblick auf die Übernahme bestimmter Funktionen erfolgt. Abbildung 2.3 zeigt eine offen- und eine geschlossoporige Metallschaumstruktur. Auf die offenporigen stochastischen zellulären Metalle wird hier nicht näher eingegangen, da sie nicht Gegenstand der Untersuchungen im Rahmen dieser Arbeit sind. Die im folgenden betrachteten Aluminiumschäume werden i. a. als geschlossenporig bezeichnet, obwohl viele der Zellwände kleine Risse oder Löcher aufweisen (siehe Abbildung 2.3b und Abschnitt 3.3.1), so daß die einzelnen Poren miteinander in Verbindung stehen. Aufgrund der stochastischen Zellstruktur weisen Metallschäume annähernd isotrope mechanische Eigenschaften auf [6], im Gegensatz zu den periodischen zellulären Metallen, die sich, bedingt durch ihren regelmäßigen Aufbau, anisotrop verhalten [31].

## 2.2 Herstellung

Schäume entstehen durch die Verteilung von ungelöstem Gas in einer Flüssigkeit. Im folgenden werden die beiden Herstellungsverfahren vorgestellt, mit denen die im Rahmen des Projekts *Werkstoffgesetze und Werkstoffdesign ermüdungsbelasteter Metallschäume* untersuchten Schäume hergestellt werden. Die zahlreichen weiteren Verfahren zur Herstellung von zellularen metallischen Werkstoffen werden hier nicht behandelt. Eine vollständige Übersicht über diese Verfahren ohne weitere Erklärungen findet sich bei WADLEY [94], während BANHART [4] und HUSCHKA [46] die wichtigsten kurz erläutern.

### 2.2.1 Das pulvermetallurgische Verfahren

Das pulvermetallurgische Verfahren [7, 10, 96] zur Herstellung von Metallschäumen ist aufgrund seiner Herkunft auch als *Fraunhofer-* oder *IFAM-Verfahren*<sup>1</sup> bekannt.

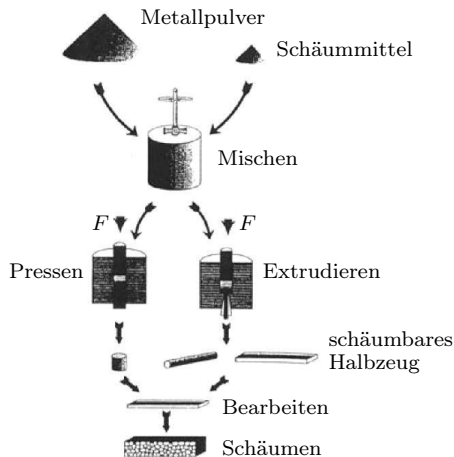


Abbildung 2.4: Pulvermetallurgisches Verfahren (auch *Fraunhofer-* oder *IFAM-Verfahren*) zur Metallschaumherstellung (nach BANHART [10]).

---

<sup>1</sup> IFAM: Fraunhofer-Institut für Fertigungstechnik und Angewandte Materialforschung, Bremen.

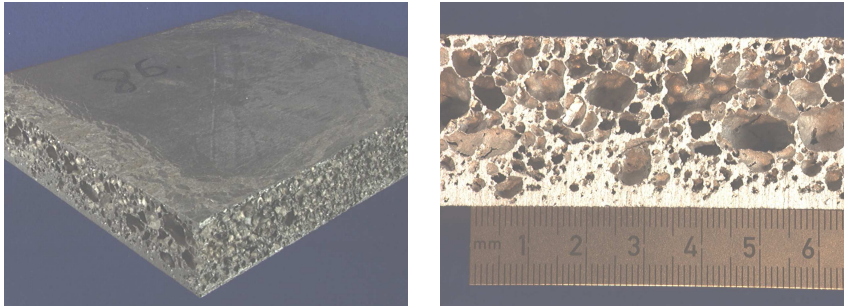


Abbildung 2.4 zeigt schematisch den Ablauf des Herstellungsprozesses: Zunächst wird das Pulver eines reinen Metalls oder einer Legierung oder eine Metallpulvermischung mit dem Pulver eines Schäummittels vermischt, bis eine sehr homogene Verteilung der Bestandteile erreicht ist. Bei dem Schäummittel handelt es sich meist um Titanhydrid ( $\text{TiH}_2$ ). Um Inhomogenitäten in der Schaumstruktur zu verhindern, ist es erforderlich, daß der Teilchendurchmesser bei dem Metallpulver  $200\text{ }\mu\text{m}$  und bei dem Titanhydrid  $60\text{ }\mu\text{m}$  nicht überschreitet [53]. Dieses Gemisch wird durch Pressen, Extrudieren oder andere Bearbeitungsverfahren, wie z. B. Pulverwalzen oder Drucksintern, verdichtet, so daß ein nahezu porenfreies Halbzeug entsteht. Die so erzeugten Halbzeuge können wie massive Aluminiumblöcke durch konventionelle Umformverfahren, wie z. B. Walzen, weiterbearbeitet werden. Anschließend werden die bearbeiteten Halbzeuge in Hohlformen eingelegt und auf Temperaturen oberhalb des Schmelzpunkts der enthaltenen Metalle erwärmt. Während die Metalle schmelzen, zerfällt das Titanhydrid bei der Erwärmung in Titan und Wasserstoff. Der freigesetzte Wasserstoff bildet dabei Blasen in der Metallschmelze. Durch Abkühlen wird die so entstandene poröse Struktur schließlich unterhalb der Erstarrungstemperatur eingefroren. An der gesamten Oberfläche des Bauteils entsteht eine geschlossene Schicht, die sogenannte Guß- oder Schäumhaut, so daß die Porenstruktur eines Bauteils aus Metallschaum von außen nicht zu erkennen ist (siehe Abbildung 2.5a).

Mit diesem Verfahren lassen sich Metallschäume mit Porositäten von bis zu 90 % herstellen, d. h. 90 % des Materialvolumens wird von Poren eingenommen. Die Dichten der so erzeugten Aluminiumschäume liegen zwischen  $0,3\text{ g/cm}^3$  und  $0,9\text{ g/cm}^3$  [96].<sup>2</sup> Der wichtigste Vorteil dieses Verfahrens ist die Möglichkeit, durch das Pressen und Umformen die Halbzeuge in beliebige, endteilnahe Formen bringen zu können. Durch das anschließende Aufschäumen in entsprechenden Formen sind dadurch auch Teile mit sehr komplizierten Geometrien herstellbar. Die Vorgehensweise, bereits beim Schäumen die endgültige Form des Bauteils zu erzeugen, ist unumgänglich, weil der fertige Metallschaum nur schwierig zu bearbeiten ist. Alle Bearbeitungsverfahren, bei denen durch die Einspannung oder den Bearbeitungsvorgang größere Kräfte auf das Bauteil wirken, sind ungeeignet, weil dadurch die Schaumstruktur geschädigt würde. Damit scheiden z. B. spanende Bearbeitungsverfahren und Tiefziehen für die Formgebung von Metallschaumbauteilen aus. Lediglich Funkenerodieren ist aufgrund der dabei auftretenden sehr kleinen Kräfte geeignet [41, 55, 89], wird jedoch wegen der hohen Kosten und den durch das Verfahren bedingten Einschränkungen bei den Bauteilgeometrien nur selten angewendet.

---

2 Zum Vergleich: Die Dichte von massivem Aluminium beträgt  $2,7\text{ g/cm}^3$ .



a: Aufgeschnittene Schaumplatte. An der Oberseite ist die geschlossene Gußhaut zu erkennen.

b: Inhomogene Schaumstruktur. Große Poren und die Auswirkungen der Drainage (Materialhäufung an der Unterseite) sind zu erkennen.

Abbildung 2.5: Pulvermetallurgisch hergestellter Schaum.

Allerdings hat das pulvermetallurgische Verfahren auch einige Nachteile, die u. a. dazu beigetragen haben, daß Metallschäume bisher nur selten in der Praxis eingesetzt werden. Der Verlauf des Aufschäumprozesses hängt von einer Vielzahl von Faktoren ab. Dies sind u. a. [96]:

- Pulvereigenschaften (Teilchenart, -größe und -form, Legierungszusammensetzung, Treibmittelart und -gehalt, Mischbedingungen),
- Kompaktierungsbedingungen (Kompaktierungsverfahren, -temperatur, -druck und -dauer),
- Halbzeugeigenschaften (Geometrie, Masse),
- Schäumparameter (Schäumdauer, -temperatur und -form, Ofenatmosphäre, Abkühlbedingungen).

Die komplexen Zusammenhänge zwischen diesen Parametern und der entstehenden Schaumstruktur sind Gegenstand verschiedener Untersuchungen [9, 15, 51, 75, 83]. Auf beliebige Bauteile übertragbare Verfahrensvorschriften existieren aber noch nicht, so daß die Prozeßparameter zur Zeit für jede Bauteilgeometrie empirisch eingestellt werden müssen.

Aufgrund dieser ungeklärten komplexen Zusammenhänge ist es noch nicht möglich, Schaum mit einer vorhersagbaren Struktur, z. B. einer maximalen Zellgröße oder einer bestimmten Zellgrößenverteilung, herzustellen. Es treten viel-

mehr häufig sehr große Poren auf (siehe Abbildung 2.5b), die nicht erwünscht sind, da sie die Festigkeitseigenschaften der Schaumstrukturen verschlechtern. Solange es durch Steuerung des Herstellprozesses nicht gelingt, solche Unregelmäßigkeiten zu vermeiden, wird es nicht möglich sein, mit Hilfe eines Werkstoffgesetzes das Verhalten eines Schaumwerkstoffs vorherzusagen, da ein Werkstoffgesetz nur für genau definierte Eingangsgrößen, wie z. B. eine bestimmte Porengrößenverteilung, zuverlässige Aussagen liefern kann. Die Möglichkeit, fehlerhafte Bauteile auszusondern, die z. B. einzelne große Poren enthalten, scheidet zumindest in der Großserienproduktion aus, da die Struktur eines Schaumbauteils nur mit Hilfe von aufwendigen und zeitintensiven Computer-Tomographie-Untersuchungen vollständig auf Fehlstellen untersucht werden kann [19, 47].

Ein weiteres Problem bei der Herstellung eines Schaums mit genau definierten Eigenschaften stellt die sogenannte Drainage dar: Während des Schäumvorgangs fließt die Metallschmelze in der Wirkungsrichtung der Schwerkraft ab [27]. Dadurch entsteht in dieser Richtung ein Dichtegradient, d. h. ein Schaumteil hat an seiner Oberseite eine geringere Dichte als an seiner Unterseite (siehe Abbildung 2.5b). Dies hat zur Folge, daß die mechanischen Eigenschaften des Schaums in einem Bauteil nicht konstant, sondern ortsabhängig sind [12].

Schließlich erfordert der Herstellungsprozeß aufwendige Sicherheitsvorkehrungen, da aufgrund des während des Aufschäumens freigesetzten Wasserstoffs Explosionsgefahr besteht. Zusammen mit der Herstellung des aufschäumbaren Halbzeugs, die aufgrund der hohen Anforderungen an die Ausgangsmaterialien und der verschiedenen Bearbeitungsschritte ebenfalls sehr kostenintensiv ist, entsteht so in Form der hohen Produktionskosten ein weiterer Nachteil des pulvermetallurgischen Verfahrens.

### 2.2.2 Schmelzmetallurgische Verfahren

Das in Abbildung 2.6 schematisch dargestellte schmelzmetallurgische Verfahren zur Herstellung von Metallschäumen [61] wurde von der Firma Shinko Wire Ltd. (Japan) entwickelt, die es bei der Produktion ihres Metallschaums *ALPORAS* einsetzt.

Einer Aluminiumschmelze wird bei 680°C Calcium zugegeben. Dies führt zur Bildung von Oxiden, die eine Erhöhung der Schmelzenviskosität bewirken. Anschließend wird die Schmelze in eine Kokille abgegossen und mit dem Treibmittel Titanhydrid vermengt. Wie beim pulvermetallurgischen Verfahren zersetzt sich das Titanhydrid, und der freiwerdende Wasserstoff bildet Blasen in der Metallschmelze. Die entstehende Schaumstruktur wird anschließend

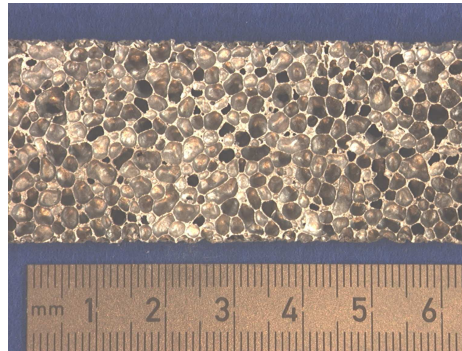
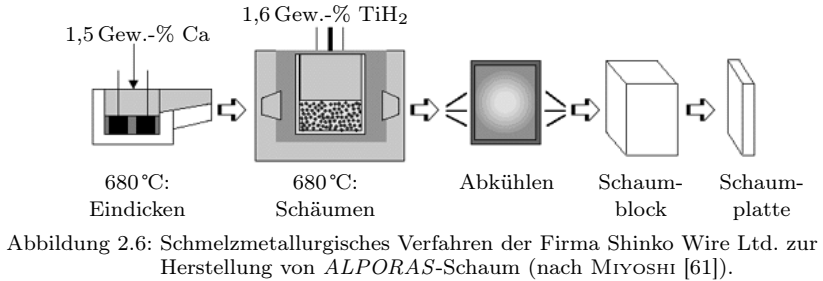


Abbildung 2.7: ALPORAS-Schaum. Die Schaumstruktur ist sehr homogen.

durch Abkühlen eingefroren. Man erhält Schaumblöcke in der Kokillenform, die schließlich in Platten zerteilt werden.

Der Hauptvorteil dieses Verfahrens liegt in der im Vergleich zum pulvermetallurgischen Verfahren sehr homogenen Schaumstruktur [53] (siehe Abbildung 2.7). Durch die Viskositätssteigerung der Schmelze sind die entstehenden Blasen sehr stabil und wachsen nur selten zu einzelnen großen Poren zusammen. Auch Drainageeffekte sind nur sehr schwach ausgeprägt. Die erzeugten Schaumstrukturen weisen Dichten von  $0,18 \text{ g/cm}^3$  bis  $0,3 \text{ g/cm}^3$  auf [5]. Das Verfahren ist außerdem, aufgrund des weniger komplizierten Fertigungsvorgangs, sehr kostengünstig im Vergleich zum pulvermetallurgischen Verfahren. Allerdings gibt es neben der auch hier bestehenden Explosionsgefahr durch freigesetzten Wasserstoff einen weiteren entscheidenden Nachteil dieses Verfahrens: Die

Schaumerzeugung ist nur in blockförmigen Kokillen möglich. Ein Aufschäumen in endteilmäher Form ist somit nicht durchführbar. Aufgrund der bereits erwähnten Schwierigkeiten bei der Bearbeitung von Metallschaumstrukturen können aus den erzeugten Schaumblöcken lediglich Platten oder vergleichbare einfache Geometrien durch Funkenerodieren herausgearbeitet werden. Eines der wichtigsten Produkte, für das Shinko Wire Ltd. den *ALPORAS*-Schaum einsetzt, sind daher Lärmschutzwände [61], bei denen die Plattengeometrie keinen Nachteil darstellt.

Bei einem anderen schmelzmetallurgischen Verfahren, das z. B. von den Firmen Norsk Hydro (Norwegen) und Cymat (Kanada) angewendet wird, entsteht die Schaumstruktur durch Einblasen von Gasen in eine Schmelze mit erhöhter Viskosität. Auch bei dieser Vorgehensweise lassen sich nur einfache Geometrien erzeugen. Es wird jedoch versucht, dieses Verfahren auch auf Bauteile mit komplizierterer Form zu übertragen. Ziel dieser Untersuchungen ist es, Fertigteile mit der für die schmelzmetallurgischen Verfahren typischen homogenen Schaumstruktur herzustellen [53].

## 2.3 Eigenschaften

In der Literatur, z. B. bei BANHART [8], ASHBY *et al.* [3] sowie GIBSON und ASHBY [31], wird Metallschäumen eine Vielzahl an positiven Eigenschaften zugeschrieben. Die wichtigsten sind:

- geringe Dichte ( $0,3 \text{ g/cm}^3$ – $1,0 \text{ g/cm}^3$ ),
- gutes Energieabsorptionsvermögen,
- hohe spezifische Steifigkeit,
- gute Schallabsorptionsfähigkeit,
- gutes Schwingungsdämpfungsverhalten,
- geringe elektrische Leitfähigkeit,
- gute elektromagnetische Abschirmungsfähigkeit,
- thermische Stabilität,
- Unbrennbarkeit,
- gute Wärmeisolationseigenschaften,
- leichte Bearbeitbarkeit.

Allerdings handelt es sich bei diesen Angaben zum Teil um Erwartungen, die unter Annahme von idealen, fehlerfreien Schaumstrukturen entstanden sind. Untersuchungen von Metallschäumen zum Nachweis dieser Eigenschaften stehen häufig noch aus.

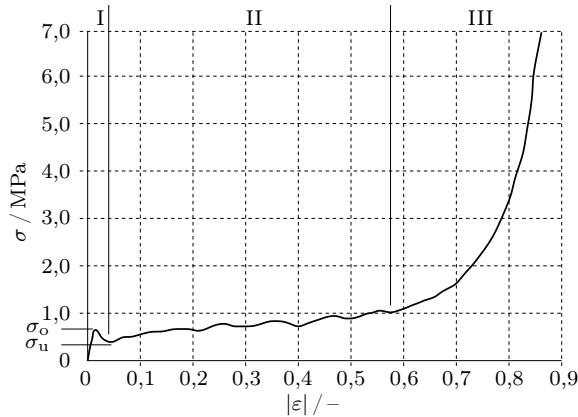


Abbildung 2.8: Spannungs-Dehnungs-Kurve eines Aluminiumschaums (99,5 % Al,  $\rho = 0,144 \text{ g/cm}^3$ ) im Druckversuch [46]. Bereich I: pseudo-elastisch, Bereich II: Plateau (Verdichtung), Bereich III: Endverdichtung. Obere und untere Druckfestigkeit  $\sigma_o$  und  $\sigma_u$ .

Die geringe Dichte in den angegebenen Größenordnungen ist ein Merkmal der Metallschäume. Auch das gute Energieabsorptionsverhalten konnte in verschiedenen Untersuchungen nachgewiesen werden (siehe z. B. bei HUSCHKA [46]). Es soll anhand der in Abbildung 2.8 dargestellten typischen Spannungs-Dehnungs-Kurve eines Aluminiumschaums im Druckversuch erläutert werden:

Nach einem kleinen pseudo-elastischen Bereich I geht die Kurve in einen Plateaubereich II mit fast konstanter Spannung  $\sigma$  über, in dem der Schaum verdichtet wird. Man spricht von einem pseudo-elastischen Bereich, da bei Metallschäumen schon bei sehr kleinen Dehnungen lokal plastische Verformungen auftreten. Der Tangentenmodul an der steilsten Stelle dieses Bereichs heißt *Deformationsmodul*, da der Begriff *Elastizitätsmodul* im kontinuumsmechanischen Sinne nicht für einen Kennwert einer porösen Struktur angewendet werden darf. Im Bereich III, dem Bereich der Endverdichtung, steigt die Spannung wieder stark an, da nun alle Poren kollabiert sind und die Zellwände aufeinander liegen. Die beim Stauchen absorbierte Energie entspricht der Fläche unter der Spannungs-Dehnungs-Kurve und ist aufgrund des ausgeprägten Plateaubereichs sehr groß. Das Verhalten der Metallschäume im Plateaubereich kommt einem idealen Absorber, bei dem die Spannung konstant bleiben würde, sehr nahe. Aufgrund dieser Eigenschaft kommen Metallschäume bereits vereinzelt in den Crashelementen von Fahrzeugen zur Anwendung [28].

Die gute Schallabsorptionsfähigkeit ist ebenfalls eine durch Experimente und praktische Anwendungen bestätigte Eigenschaft der Metallschäume. In der Praxis wird, wie bereits erwähnt, *ALPORAS*-Schaum in Lärmschutzwänden eingesetzt [61]. Auch die guten thermischen Eigenschaften können als gesichert angesehen werden [31]. So werden Metallschäume z. B. in Wärmetauschern [16] oder in Flammenschutzelementen [29] eingesetzt. Die geringe elektrische Leitfähigkeit und die guten Eigenschaften zur Abschirmung elektromagnetischer Wellen wurden ebenfalls durch Messungen bestätigt [31].

Problematisch ist dagegen die Aussage, daß Metallschäume leicht zu bearbeiten sind. Wenn mit *leicht bearbeitbar* gemeint ist, daß nur geringe Kräfte für die Bearbeitung nötig sind, so ist dies zutreffend. Allerdings besteht bei jeder Bearbeitung, die mit der Einbringung von Kräften verbunden ist, die Gefahr, daß die Schaumstruktur beschädigt wird, so daß Schaumteile nur mit wenigen, aufwendigen Verfahren bearbeitet werden können (siehe Abschnitt 2.2.1).

Bezüglich der Schwingungsdämpfungseigenschaften hat es sich gezeigt, daß es nötig ist, detaillierte Untersuchungen durchzuführen, insbesondere im Hinblick auf die Abhängigkeit von der Schwingungsamplitude [32, 33]. Es ist jedoch nicht möglich, das Schwingungsdämpfungsverhalten von Metallschäumen pauschal als gut zu bezeichnen. Unter bestimmten Bedingungen zeigte sich aber, daß sie ein ähnlich gutes Dämpfungsverhalten wie reines Magnesium aufweisen können [34]. Allerdings hatten die Schaumproben in diesen Versuchen nur eine Lebensdauer von maximal  $10^5$  Zyklen, bevor sie aufgrund von Ermüdung versagten.

Untersuchungen zu Festigkeitseigenschaften von Metallschäumen wurden lange vernachlässigt. Viele der Arbeiten, die sich mit mechanischen Eigenschaften von Metallschäumen befassen, behandeln insbesondere das Stauchverhalten (siehe Abbildung 2.8). Die hohe spezifische, d. h. auf die Dichte bezogene Steifigkeit wird lediglich aufgrund der guten Festigkeitseigenschaften von Aluminium im Vergleich zu den Grundwerkstoffen von Kunststoffschäumen angenommen. Wenn Metallschäume jedoch nicht nur in funktionellen Anwendungen, wie z. B. Lärmschutzelementen, Wärmetauschern oder Energieabsorbern, eingesetzt werden sollen, sondern auch in mechanisch stärker belasteten Strukturanwendungen, ist es erforderlich, ihre Festigkeitseigenschaften genauer zu untersuchen. Dabei muß insbesondere auf das Verhalten unter Zugbelastung und bei dynamischer Beanspruchung eingegangen werden. Aufgrund der herstellungsbedingten Risse in den Zellwänden (siehe Abbildung 2.3b) ist zu erwarten, daß gerade diese Belastungsarten, die z. B. im Fahrzeugbau nicht zu vermeiden sind, für Schaumbauteile kritisch sind. Erst in den letzten Jahren wurden verstärkt Untersuchungen unter diesen Aspekten durchgeführt [66, 67, 78, 89, 99].



Abbildung 2.9: Beispiel für Formteile aus Aluminiumschaum: Tankrückwand [50].

Bei bisher zu Demonstrationszwecken gefertigten Schaumteilen für Strukturanwendungen (siehe z. B. Abbildung 2.9) wurden die Abmessungen der ursprünglichen Stahl- oder Aluminiumteile unverändert übernommen. Der Werkstoff wurde lediglich durch einen Metallschaum ersetzt, obwohl nicht bekannt war, ob dieser in der Lage ist, die Belastungen zu ertragen, für die das Bauteil in massiver Bauweise ausgelegt wurde. Daher sind solche Demonstrationsbauteile als wertlos anzusehen.

Funktionsfähige Strukturteile aus Metallschäumen machen es vielmehr erforderlich, schaumgerecht zu konstruieren. Das bedeutet, daß es nicht möglich ist, bei bestehenden Bauteilen lediglich den Werkstoff auszutauschen, da Metallschäume Eigenschaften haben, die grundsätzlich von denen des massiven Materials abweichen. Dies zeigt z. B. bereits der ausgeprägte Plateaubereich mit niedrigem Spannungsniveau im Stauchversuch (siehe Abbildung 2.8). Für das schaumgerechte Konstruieren werden geeignete Werkstoffgesetze für Metallschäume benötigt. Diese müssen alle Belastungsfälle abdecken, die bei einer bestimmten Anwendung auftreten können. Allerdings besteht zur Zeit noch ein Mangel an solchen Werkstoffgesetzen, so daß das Konstruieren mit Metallschäumen nur sehr eingeschränkt möglich ist.

Im Rahmen des Projekts *Werkstoffgesetze und Werkstoffdesign ermüdungsbelasteter Metallschäume* wird daher u. a. versucht, Werkstoffgesetze für dynamisch beanspruchte Metallschäume zu erstellen. Die genauen Zielsetzungen und das Konzept dieses Projekts werden im folgenden Kapitel erläutert.



### 3 Das Projekt *Werkstoffgesetze und Werkstoffdesign ermüdungsbelasteter Metallschäume*

Das Projekt *Werkstoffgesetze und Werkstoffdesign ermüdungsbelasteter Metallschäume* wird als Gemeinschaftsprojekt des Instituts für Werkstoffe und des Instituts für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre der TU Braunschweig im Rahmen des Schwerpunktprogramms *Zellulare Metallische Werkstoffe* (SPP 1075) der DFG durchgeführt. Neben der Ermittlung von Werkstoffgesetzen für ermüdungsbelastete Metallschäume gehört es zu den Zielsetzungen des Projekts, zu untersuchen, wie eine für bestimmte Beanspruchungen optimierte Schaumstruktur im Hinblick auf Parameter wie z. B. die Porengrößenverteilung und die Zellwandkontur beschaffen sein muß. Die Untersuchungen im Rahmen des Projekts basieren auf einer engen Verknüpfung von Experimenten und Simulationen, wobei die Simulationen aus einem mesoskopischen und einem makroskopischen Teil bestehen. Die drei Arbeitsgebiete *Experimente*, *mesoskopische Simulationen* und *makroskopische Simulationen* werden im folgenden vorgestellt. Da die Experimente und die mesoskopischen Simulationen Thema der Dissertation von HARDERS [40] sind, werden sie hier nur sehr kurz erläutert, um einen Überblick über das Gesamtkonzept des Projekts zu geben. Eine ausführliche Darstellung und Diskussion beider Themen findet sich bei HARDERS [40].

Bevor näher auf die einzelnen Arbeitsgebiete des Projekts eingegangen wird, ist es notwendig, zunächst die Unterteilung der Simulationen, insbesondere die Bezeichnung *mesoskopisch*, zu erläutern, weil es sonst bei Vergleichen mit den Arbeiten anderer Wissenschaftler zu Mißverständnissen hinsichtlich der Nomenklatur kommen kann.

**Makroskopische Simulationen** ist in der Literatur und im Sprachgebrauch dieses Projekts die Bezeichnung für Simulationen, die den Schaum als Kontinuum betrachten (siehe z. B. bei EHLERS [18]). Da solche Untersuchungen nicht Thema dieses Projekts sind, wird auf sie hier nicht näher eingegangen.

**Mesoskopische Simulationen** (siehe Abschnitt 3.2) sind in der hier verwendeten Nomenklatur Simulationen, in denen ein Verbund aus mehreren Poren betrachtet wird. Dabei werden dem Zellwandmaterial die homogenen Eigenschaften des massiven Basiswerkstoffs zugewiesen. In der Literatur werden solche Untersuchungen häufig als mikroskopisch bezeichnet, da sie dort meist die Betrachtungsweise auf der kleinsten Maßstabebene darstellen. Hier muß von dieser Bezeichnungsweise abgewichen werden, da auch Simulationen auf einer noch kleineren Maßstabebene durchgeführt werden.

**Mikroskopische Simulationen** (siehe Abschnitt 3.3) beschäftigen sich hier, im Gegensatz zu der in der Literatur üblichen Nomenklatur, mit dem Werkstoff auf der Gefügeebe. Den einzelnen Körnern, Einschlüssen und sonstigen Bestandteilen der Mikrostruktur werden dabei gesonderte Eigenschaften zugewiesen. Aufgrund des hohen Rechenaufwands werden bei diesen Simulationen nur Modelle einzelner Zellwände oder von Gefügeausschnitten betrachtet.

## 3.1 Experimente

### 3.1.1 Stand der Forschung

Über das Ermüdungsverhalten von Metallschäumen liegen bereits mehrere experimentelle Arbeiten vor [67, 78, 89, 99], die sich mit dem Bestimmen von normierten Dauerfestigkeiten verschiedener Schaumarten bei Zugschwell- [67], Druckschwell- [67, 89] und Zug-Druck-Wechselbeanspruchung [78] beschäftigen. Als normierte Dauerfestigkeit wird dabei für die Druckschwellbeanspruchung der Quotient  $|\sigma_{\max}| / |\sigma_{\text{pl}}|$  und für die Zugschwellbeanspruchung der Quotient  $|\sigma_{\max}| / |R_{\text{m}}|$  bezeichnet, bei dem die Proben mindestens  $10^7$  Lastzyklen ertragen, ohne zu versagen. Dabei ist  $\sigma_{\max}$  die vom Betrag her größte Spannung, die im Zuge eines Lastzyklus auftritt,  $\sigma_{\text{pl}}$  die Plateauspannung eines vergleichbaren Schaums im monotonen Druckversuch und  $R_{\text{m}}$  die Zugfestigkeit eines

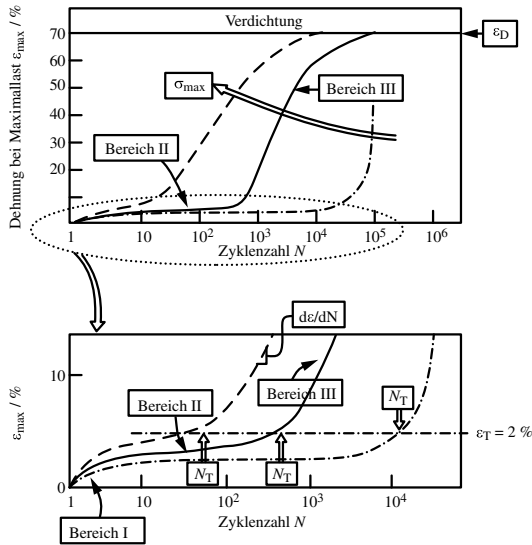


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung des Ermüdungsverhaltens von Aluminiumschaäumen bei Druckschwellbelastung (nach SUGIMURA *et al.* [89]).

vergleichbaren Schaums im monotonen Zugversuch. Die wichtigsten Ergebnisse dieser Arbeiten sind:

- Die Dehnungs-Lastspiel-Kurven haben im Druckschwellbereich den in Abbildung 3.1 dargestellten typischen Verlauf. Im Bereich I nimmt die Dehnungszunahme pro Zyklus  $d\varepsilon/dN$  von  $\approx 10^{-3}$  auf  $\approx 10^{-7}$  ab und bleibt im Bereich II annähernd konstant bei  $\approx 10^{-7}$ . Kurz nach Beginn des Bereichs III, in dem die Dehnungszunahme wieder ansteigt, erfolgt bei  $d\varepsilon/dN \approx 10^{-4}$  ein Dehnungssprung. Innerhalb des Bereichs III ergeben sich für  $d\varepsilon/dN$  Werte zwischen  $10^{-6}$  und  $10^{-5}$  sowie weitere Dehnungssprünge im Bereich von  $d\varepsilon/dN \approx 10^{-4}$ . Im Zugschwellbereich erhält man ähnliche Verläufe, bei denen allerdings der Bereich I weniger stark ausgeprägt ist [67].
- Im Druckschwellbereich liegt ein Versagen einer Probe vor, kurz bevor der Übergang zum Bereich III erreicht ist. Dieser Punkt liegt, wie auch Abbildung 3.1 verdeutlicht, bei  $\approx 2\%$  globaler Dehnung und ist unab-

hängig von der jeweiligen Maximalspannung  $\sigma_{\max}$ . Je größer  $\sigma_{\max}$  jedoch ist, desto eher versagt eine Probe, weil bei höherer Maximalspannung schneller die kritische Gesamtdehnung von  $\approx 2\%$  erreicht wird [89].

- Inhomogenitäten, insbesondere einzelne große Zellen, setzen die Lastspielzahl bis zum Versagen herab [89, 99].
- Die Dehnung ist nicht gleichmäßig über eine ganze Probe verteilt, sondern konzentriert sich auf ungefähr senkrecht zur Belastungsrichtung durch die Probe laufende *Dehnungsbänder*, die sich häufig in der Umgebung großer Zellen ausbilden [89].
- Bei  $\approx 2\%$  globaler Dehnung tritt plastisches Beulen einzelner Zellwände in der Umgebung großer Zellen auf. Ursache für das Beulen sind Mikrorisse in den betroffenen Wänden, die auch im Druckbereich beobachtet werden [89]. Die Risse entstehen im Bereich I, manchmal sogar bereits im ersten Lastzyklus. Im Bereich II wachsen sie so weit, bis sie das plastische Kollabieren der jeweiligen Zellwand hervorrufen [89].
- Nach dem Versagen einzelner Zellwände tritt Beulen bei weiteren Zellwänden in der Umgebung auf, bis sich ein erstes vollständig durch die Probe reichendes Dehnungsband gebildet hat. Dies hat den Dehnungssprung am Anfang des Bereichs III zur Folge. Auch die folgenden Dehnungssprünge entstehen durch die Ausbildung solcher Bänder [89].
- Zugbeanspruchung schädigt Metallschäume stärker als Druckbeanspruchung. Daher versagen Schaumproben im Zugschwellbereich bereits bei  $\approx 0,2\%$  globaler Dehnung (Beginn des Bereichs III einer typischen Dehnungs-Lastspiel-Kurve im Zugschwellversuch) [67]. Während sich im Druckschwellbereich normierte Dauerfestigkeiten von  $|\sigma_{\max}| / |\sigma_{\text{pl}}| \approx 0,65$  ergeben [89], werden im Zugschwellbereich Werte beobachtet, die lediglich bei  $|\sigma_{\max}| / |R_{\text{m}}| \approx 0,3$  liegen [67].
- Ermüdungsbelastete Schäume sollten aufgrund dieser Ergebnisse im Druckschwellbereich globale Dehnungen von weniger als  $2\%$  und im Zugschwellbereich von weniger als  $0,1\%$  erfahren [67, 89].
- Auch beim Ermüdungsverhalten zeigt sich, wie bei monotoner Belastung, eine starke Abhängigkeit der Eigenschaften von der Richtung der Gravitation während des Aufschäumprozesses [67, 78]. In Zug-Druck-Wechselbeanspruchungsversuchen konnte z. B. beobachtet werden, daß bei einer Belastung senkrecht zu dieser Richtung größere Maximalspannungen ertragen werden können als bei einer Belastung parallel dazu.

- Die bleibenden Dehnungen beim Versagen erreichen bei Ermüdungsversuchen mit Zug-Druck-Wechselbeanspruchung von pulvermetallurgisch hergestelltem Schaum aus der Legierung AA6061 (AlMgSi 0,6) Werte von 2,0 bis 4,0 % und liegen damit höher als bei monotonen Zugversuchen, bei denen Werte von 0,9 bis 1,0 % erreicht werden [78]. Daraus wird gefolgert, daß reiner Zug gefährlicher als eine Zug-Druck-Wechselbeanspruchung ist.
- Mit zunehmender Schädigung nimmt bei Ermüdungsversuchen der Deformationsmodul ab [67, 78] und der elektrische Widerstand zu [67].

Genauere Untersuchungen zur Entstehung und zum Wachstum der Mikrorisse bei Ermüdungsversuchen sind dagegen nicht bekannt, werden aber als notwendig erachtet [78]. Außerdem beschränken sich alle bekannten Arbeiten zum Ermüdungsverhalten auf Experimente. FE-Simulationen von Ermüdungsversuchen werden nicht vorgenommen.

### 3.1.2 Experimente im Projekt

Für die Experimente im Rahmen des Projekts wurden die im Schwerpunktprogramm standardisierten pulvermetallurgisch hergestellten Schäume auf Basis der Legierungen AlMgSi 0,5 des Leichtmetallkompetenzzentrums Ranshofen in Österreich und AlSi 7 des IFAM in Bremen mit einer jeweiligen Dichte von  $0,5 \text{ g/cm}^3$  angeschafft. Aufgrund der sehr inhomogenen Schaumstruktur dieser beiden Schäume wurde zusätzlich der homogenere *ALPORAS*-Schaum der Firma Shinko Wire Ltd. in den Dichten  $0,24 \text{ g/cm}^3$  und  $0,39 \text{ g/cm}^3$  beschafft. Die Proben werden durch Funkenerodieren aus den Schaumplatten herausgearbeitet und über angeklebte Bleche in die Prüfmaschine eingespannt (siehe Abbildung 3.2a), um Beschädigungen durch Bearbeitungs- und Einspannkkräfte zu vermeiden. Bei Vorversuchen im Zugschwellbereich konnten einige der in Abschnitt 3.1.1 erwähnten Ergebnisse bestätigt werden [40], z. B. die Schädigung im ersten Zyklus und die Dehnungsakkumulation über die gesamte Versuchsdauer.

Das eigentliche Ziel der Experimente ist es jedoch, zu untersuchen, wie Mikrorisse im Zuge eines Ermüdungsversuchs entstehen, welche Faktoren ihre Entstehung begünstigen oder behindern und wie sie wachsen. Dazu genügt es nicht, die globale Dehnung einer Probe über Ansetz-Dehnungsaufnehmer zu bestimmen. Vielmehr ist es erforderlich, mit einem Feldmeßverfahren das Dehnungsfeld an der Probenoberfläche zu messen [11, 66], um die Bereiche ermitteln zu können, in denen sich der Schaum besonders stark verformt und das Versagen

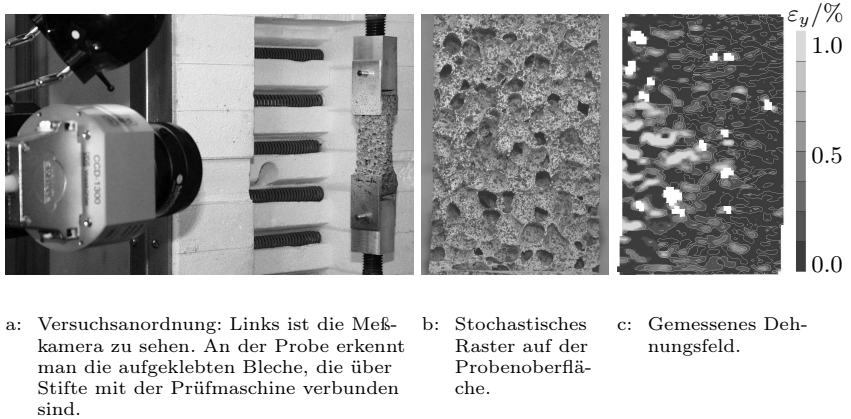


Abbildung 3.2: Versuch mit der optischen Feldmeßtechnik [41].

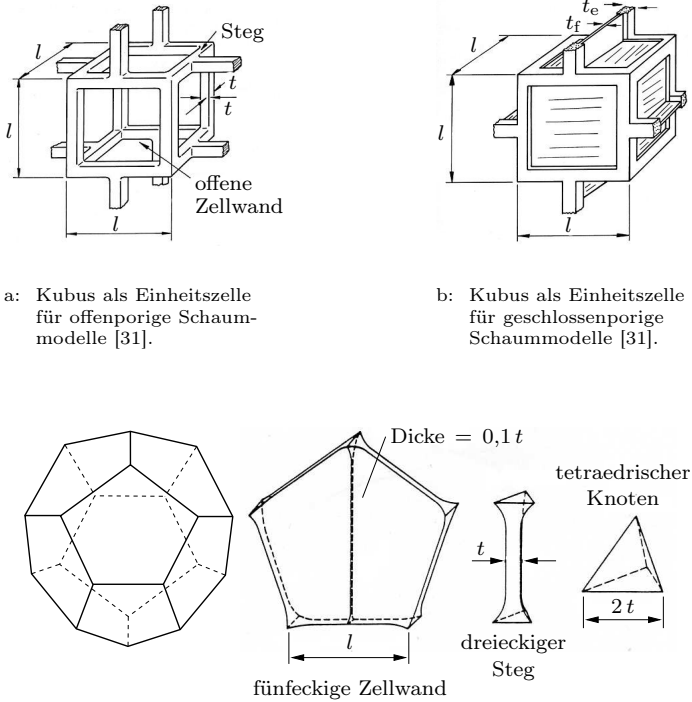
einsetzt (Dehnungsbänder, siehe Abschnitt 3.1.1). Mit Hilfe des optischen Feldmeßsystems *aramis* [25] der Firma gom<sup>1</sup> konnten in Demonstrationsversuchen vielversprechende Ergebnisse erzielt werden (siehe Abbildung 3.2). Die Probe wird für dieses Verfahren durch Aufsprühen von Farbe mit einem stochastischen Raster versehen (siehe Abbildung 3.2b) und zu verschiedenen Stadien des Versuchs fotografiert. Durch einen Vergleich der Bilder kann das System das Dehnungsfeld an der Probenoberfläche ermitteln. Abbildung 3.2c zeigt, daß es so möglich ist, Dehnungslokalisierungen zu bestimmen.

## 3.2 Mesoskopische Simulationen

### 3.2.1 Stand der Forschung

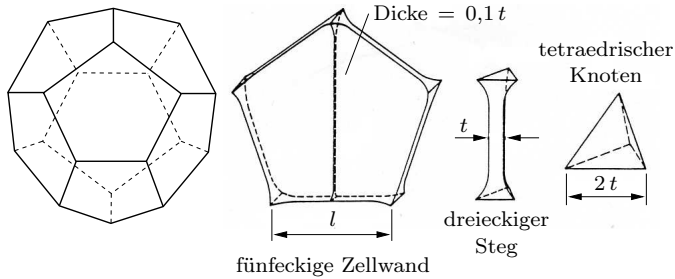
In den meisten bisherigen Arbeiten zur Ermittlung von Werkstoffgesetzen für Schaumwerkstoffe wird der Weg verfolgt, die stochastische Porenstruktur des Schaums vereinfachend durch einen Verbund aus Einheitszellen nachzubilden [26, 30, 31, 49, 56, 100]. Diese Vorgehensweise wurde für Kunststoffschäume entwickelt und auf Metallschäume übertragen. Die dabei am häufigsten vorkommenden Einheitszellentypen sind der Kubus [30, 31, 26] (siehe Abbildungen 3.3a und 3.3b), der Dodekaeder [56] (siehe Abbildung 3.3c) und der

<sup>1</sup> gom: Gesellschaft für Optische Meßtechnik mbH, Braunschweig.



a: Kubus als Einheit zelle für offenporige Schaummodelle [31].

b: Kubus als Einheit zelle für geschlossenporige Schaummodelle [31].



c: Pentagonaler Dodekaeder als Einheit zelle für offen- und geschlossenporige Schaummodelle [56].

Abbildung 3.3: Beispiele für Einheit zellen zur Modellierung der Porenstruktur.

Tetraikaedraeder [100]. Aufgrund der Geometrie der Einheit zellen kann auf die relative Dichte<sup>2</sup>  $\rho_f/\rho_s$  einer Struktur geschlossen werden, die aus diesen zusammengesetzt ist. Für eine Struktur aus offenen kubischen Einheit zellen gemäß Abbildung 3.3a ergibt sich beispielsweise [30]

<sup>2</sup> Es ist üblich, die Kenngrößen für Schäume bezogen auf den jeweiligen Kennwert des massiven Materials anzugeben. Dabei erhält der Wert für den Schaum den Index f für foam und der Bezugswert den Index s für solid.

$$\frac{\varrho_f}{\varrho_s} \sim \left(\frac{t}{l}\right)^2 \quad (3.1)$$

und für eine Struktur aus geschlossenen kubischen Einheitszellen gemäß Abbildung 3.3b im Sonderfall  $t := t_e = t_f$  (gleiche Steg- und Zellwanddicke) [30]

$$\frac{\varrho_f}{\varrho_s} \sim \left(\frac{t}{l}\right). \quad (3.2)$$

Die mechanischen Eigenschaften der verschiedenen Einheitszellentypen werden bestimmt, indem die Zellstege als Bernoulli- oder Timoshenko-Balken und die Zellwände als Membranen betrachtet werden. Bei den kubischen Einheitszellen ergeben sich z. B. für den relativen Deformationsmodul<sup>3</sup> die folgenden Zusammenhänge [30]:

$$\frac{E_f}{E_s} = C_1 \left(\frac{\varrho_f}{\varrho_s}\right)^2 \quad (\text{offenporig}), \quad (3.3)$$

$$\frac{E_f}{E_s} = C_1 \left(\frac{\varrho_f}{\varrho_s}\right)^2 + C_2 (1 - \phi) \frac{\varrho_f}{\varrho_s} \quad (\text{geschlossenporig}). \quad (3.4)$$

Dabei sind  $C_1$  und  $C_2$  Konstanten und  $\phi$  der Materialanteil in den Knoten und Zellstegen, d. h. der Faktor  $(1 - \phi)$  beschreibt den Materialanteil in den Zellwänden. Somit steht der erste Summand aus Gleichung (3.4) für den Anteil, der aus der Biegung der Zellstege resultiert, und der zweite Summand für den Anteil, den die Verformung der Zellwände bewirkt [31].

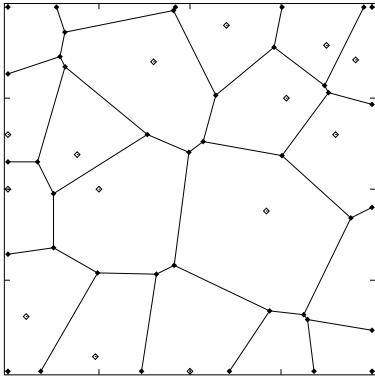
Die Zusammenhänge für weitere Kenngrößen wie den Schubmodul  $G_f$ , die Querkontraktionszahl  $\nu_f$  oder die Fließgrenze  $R_{p0,2,f}$  sind ähnlich aufgebaut. Eine umfassende Übersicht über alle Poren- und Festigkeitsmodelle auf der Basis von Einheitszellen findet sich bei HUSCHKA [46].

Durch das Anpassen der jeweiligen Konstanten an experimentelle Ergebnisse lassen sich Ausgleichsfunktionen erstellen, mit deren Hilfe die Eigenschaften realer Schäume bekannter relativer Dichte in guter Näherung vorausgesagt werden können. Die Ursache für die gute Qualität dieser Näherungen trotz der starken Vereinfachungen ist die Tatsache, daß sich die realen Poren häufig nach ähnlichen Mechanismen verformen, wie sie für die Einheitszellen angenommen werden [31]. Mit Hilfe der so gewonnenen Kennwerte können Schäume dann in makroskopischen Simulationsrechnungen wie ein Kontinuum behandelt werden.

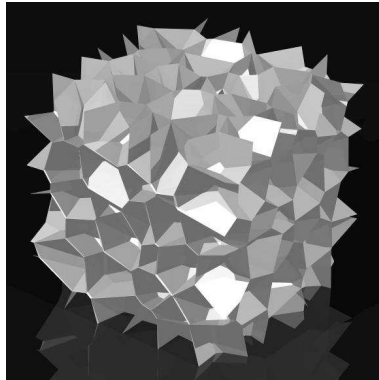
---

<sup>3</sup> Der Deformationsmodul wird mit  $E_f$  bezeichnet und auf den Elastizitätsmodul  $E_s$  des massiven Werkstoffs bezogen, obwohl es sich bei ihm, wie in Abschnitt 2.3 erläutert, nicht um einen Elastizitätsmodul im kontinuumsmechanischen Sinne handelt.





a: Zweidimensionaler Verbund von Voronoi-Polygonen. Die Anfangspunkte der Zellenbildung sind eingezeichnet.



b: Dreidimensionaler Verbund von Voronoi-Polyedern.

Abbildung 3.4: Voronoi-Strukturen [42].

Allerdings ermöglicht es diese Vorgehensweise nicht, die bei realen Schäumen vorliegende Streuung der Kennwerte aufgrund der stochastischen Porenstruktur zu erfassen. Außerdem kann nicht gezeigt werden, wie sich eine Belastung auf die einzelnen Knoten, Zellstege und Zellwände auswirkt. Wenn man untersuchen möchte, was unter Belastung im Inneren einer Schaumstruktur geschieht, z. B. wo maximale und minimale Spannungen auftreten und wie sich die Porengrößen- oder die Zellwanddickenverteilung darauf auswirken, ist es erforderlich, Modelle zu erstellen, in denen die einzelnen Poren dargestellt werden und die stochastische Natur der Schaumstrukturen berücksichtigt wird.

Diese Voraussetzungen erfüllt der Simulationsansatz auf der Basis von Voronoi-Zellen. Abbildung 3.4 zeigt zwei- und dreidimensionale Voronoi-Strukturen. Eine Voronoi-Zelle enthält alle Punkte, die näher zu einem der zufällig verteilten Anfangspunkte (siehe Abbildung 3.4a) liegen als zu einem der anderen Anfangspunkte [93]. In der Praxis werden die Voronoi-Zellen gebildet, indem die mittelsenkrechten Geraden (2-D) bzw. Ebenen (3-D) auf die Verbindungslinien benachbarter Anfangspunkte konstruiert werden. Man kann sich die Entstehung der Voronoi-Zellen auch als das von den Anfangspunkten ausgehende Anwachsen von Kreisen oder Kugeln vorstellen, das dort, wo sich zwei Kreise oder Kugeln berühren, gestoppt wird.

Bei FE-Simulationen von Schaumstrukturen unter Verwendung von Voronoï-Zellen hat sich gezeigt, daß diese geeignet sind, die aus stochastischen Struktur realer Schäume resultierenden Eigenschaften zu erfassen [2, 71, 81, 82]. Außerdem können mit Hilfe dieses Ansatzes z. B. die Einflüsse von Porengrößen- und Wandstärkenverteilungen auf die mechanischen Eigenschaften untersucht werden. Auch Spannungs- und Dehnungslokalisierungen sind darstellbar. Aus diesen Gründen wurden die Voronoï-Strukturen als Grundlage für die mesoskopischen Simulationen im Rahmen dieses Projekts gewählt.

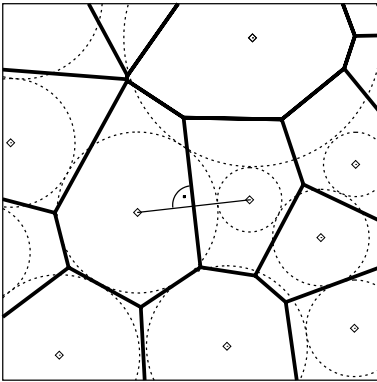
#### 3.2.2 Mesoskopische Simulationen im Projekt

Zielsetzung der mesoskopischen Simulationen ist es, Zusammenhänge zwischen dem Aufbau einer Schaumstruktur und ihren mechanischen Eigenschaften zu ermitteln. Für die Untersuchungen werden, wie bereits erwähnt, Verbünde von Voronoï-Zellen verwendet.

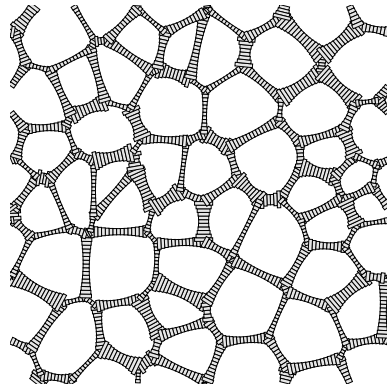
Zum Aufbau der Voronoï-Strukturen wird zunächst mit Hilfe eines am Institut für Werkstoffe entwickelten Programms eine Kugelschüttung für Kugeln mit vorgegebener Durchmesserverteilung simuliert. Diese wurde bisher willkürlich gewählt. In Zukunft sollen statt dessen Zellgrößenverteilungen, die an realen Schäumen gemessen werden, zum Einsatz kommen. Die Mittelpunkte der Kugeln dienen als Ausgangspunkte für die Erzeugung von Voronoï-Strukturen. In Abbildung 3.5a werden für eine zweidimensionale Struktur die aus der simulierten Kugelschüttung resultierenden Kreise und die sich damit ergebende Polygonstruktur dargestellt. Die Erzeugung von dreidimensionalen Voronoï-Strukturen wäre ebenfalls möglich, wird aber im Rahmen des Projektes nicht geplant.

Anschließend werden in den zweidimensionalen Strukturen die Wände der Polygone mit Timoshenko-Balkenelementen für FE-Simulationsrechnungen mit *ABAQUS/Standard* vernetzt. Dabei können sowohl die Wandstärkenverteilung als auch die Zellwandkontur realer Schäume berücksichtigt werden. Außerdem sind die Modelle so aufgebaut, daß sie periodische Randbedingungen enthalten. So kann mit relativ kleinen Modellen gearbeitet werden, ohne daß Randeffekte auftreten. Abbildung 3.5b zeigt eine solche vernetzte zweidimensionale Voronoï-Struktur.

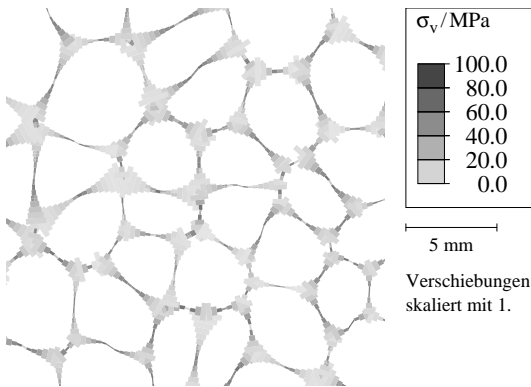
Als Materialgesetz wurden bisher die Angaben für die jeweilige Basislegierung aus einem Fließkurvenatlas [17] oder rein elastisches Verhalten angenommen. Es ist jedoch geplant, hier verbesserte Materialgesetze, die z. B. mit Hilfe der mikroskopischen Simulationen im Rahmen dieses Projekts gewonnen werden sollen, einzusetzen.



a: Kreise mit Mittelpunkten und damit erzeugte Voronoï-Polygone.



b: Zweidimensionales FE-Netz aus Timoshenko-Balkenelementen.



c: Verteilung der Misesschen Vergleichsspannung  $\sigma_v$  im Zugversuch bei 2 % globaler Dehnung für stark konvexe Zellwände.

Abbildung 3.5: Zweidimensionale FE-Simulation von Schaumstrukturen auf Basis von Voronoï-Polygonen [41].

Mit den bisherigen Simulationen konnten bereits wichtige Zusammenhänge zwischen der Zellwandkontur und der Spannungsverteilung, dem Deformationsmodul sowie der plastischen Dehngrenze aufgezeigt werden. So ergeben sich beispielsweise für stark konvexe Zellwände beim Zugversuch Spannungskonzentrationen in den Mitten der Zellwände, während die Knoten nahezu unbelastet sind (siehe Abbildung 3.5c). Die vollständigen Ergebnisse werden in ausführlicher Form bei HARDERS [40] dargestellt.

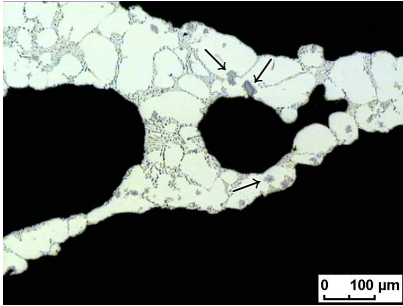
## 3.3 Mikroskopische Simulationen

Bei den mikroskopischen Simulationen wird, wie auf Seite 22 bereits erläutert, der Werkstoff auf der Gefügeebe betrachtet. Die Motivation für die Untersuchung des Einflusses der Mikrostruktur auf die Festigkeitseigenschaften von Metallschäumen entstand aus der Vermutung, daß das Verhalten der oft sehr dünnen Zellwände einer Schaumstruktur mit den Werkstoffgesetzen für das jeweilige massive Material nur ungenügend wiedergegeben werden kann. Bisher sind keine weiteren Arbeiten bekannt, die sich mit der Simulation der Mikrostruktur von Metallschäumen beschäftigen. Daher soll an dieser Stelle nicht auf den Stand der Forschung eingegangen werden. Statt dessen werden zunächst verschiedene metallographische Untersuchungen von Metallschäumen vorgestellt, die die Annahme stützen, daß bei den Zellwänden von Metallschäumen die Mikrostruktur einen nicht zu vernachlässigenden Einfluß auf die mechanischen Eigenschaften hat. Gleichzeitig stellen diese Arbeiten die Grundlage für die später erstellten FE-Modelle dar (siehe Kapitel 6).

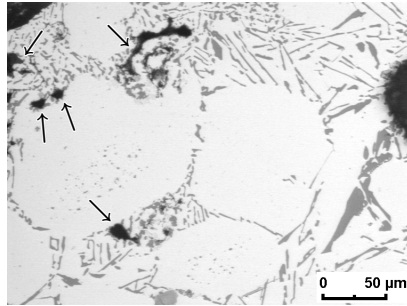
### 3.3.1 Metallographische Untersuchungen

Das Institut für Metallkunde der TU Bergakademie Freiberg hat im Rahmen des Projekts *Quantitative Charakterisierung der Porenstruktur und der Zellwände von Aluminiumschäumen während bzw. nach Druckbeanspruchung*, das ebenfalls zum DFG-Schwerpunktprogramm 1075 gehört, licht- und elektronenmikroskopische Untersuchungen der Mikrostruktur beider im Schwerpunktprogramm standardisierten Schäume durchgeführt. Diese auf den Legierungen AlSi 7 und AlMgSi 0,5 basierenden Schaumarten werden beide pulvermetallurgisch hergestellt (vgl. Abschnitt 3.1.2).

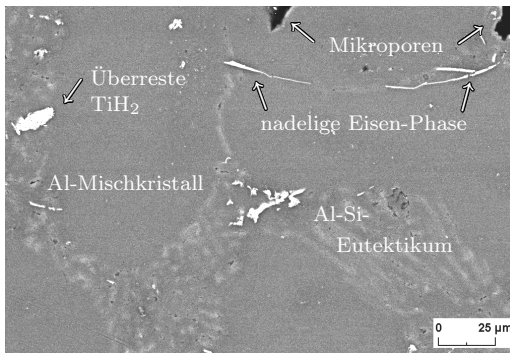
Abbildung 3.6 zeigt die wichtigsten Ergebnisse dieser Untersuchungen für einen Schaum aus der Legierung AlSi 7. Die Mikrostruktur setzt sich überwiegend aus dem Aluminium-Mischkristall in einem Netzwerk aus Aluminium-Silizium-Eu-



a: Poliert, geätzt mit Flußsäure: Al-Mischkristall (hell) in einem Netzwerk aus Al-Si-Eutektikum [64]. Die von Säumen umgebenen Überreste des Titanhydrids sind mit Pfeilen markiert.



b: Poliert, geätzt mit Flußsäure: Al-Mischkristall (hell) in einem Netzwerk aus Al-Si-Eutektikum [63]. Mikroporen sind mit Pfeilen markiert.



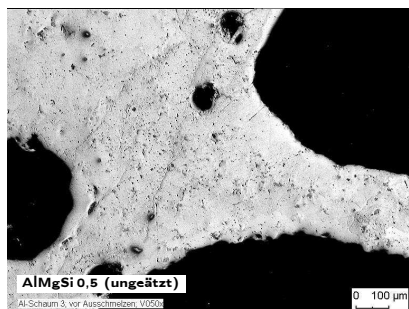
c: REM-Aufnahme, Rückstreuелектronenkontrast [62].

Abbildung 3.6: Mikrostruktur von Schaum aus der Legierung AlSi 7.

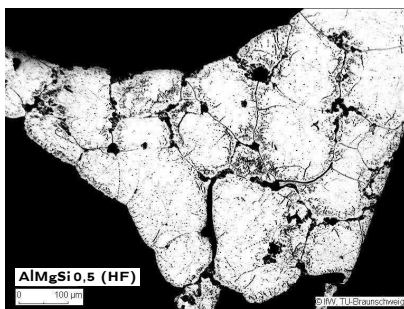
tektikum zusammen (siehe Abbildungen 3.6a und 3.6b). Es fällt auf, daß die Ausdehnungen der jeweiligen Zellen, d. h. Mischkristall oder Eutektikum, oft identisch mit der Dicke der Zellwände des Schaums sind (siehe Abbildung 3.6a). Für derart aufgebaute Strukturen ist nicht zu erwarten, daß sie das gleiche Materialverhalten zeigen wie eine Probe aus dem Massivmaterial mit vielen Zellen in den Dickenrichtungen. Außerdem finden sich im Gefüge des Zellwandmaterials Reste des Aufschäummittels Titanhydrid, die von Säumen umgeben sind (siehe Abbildung 3.6a). Der Kern dieser Partikel besteht aus fast reinem Titan, während in den Säumen Aluminium, Titan und Silizium enthalten sind [65]. Bei rasterelektronenmikroskopischen Untersuchungen zeigen sich außerdem nadelige Eisen-Phasen (siehe Abbildung 3.6c). Vermutlich gelangt das Eisen durch verunreinigtes Metallpulver, z. B. bei der Verwendung von Recycling-Material, in den Metallschaum. Es werden auch Mikroporen und Risse beobachtet (siehe Abbildung 3.6b), deren Konzentration zum Rand der Schaumplatten hin zunimmt [63]. Dabei befinden sich die Risse meist entlang des Eutektikums.

Bei Schäumen aus der Legierung AlMgSi 0,5 findet sich ein Verbund polygonaler Körner des Aluminium-Mischkristalls, der mit zellstrukturartigen, gleichmäßig verteilten Ausscheidungen und Mikroporen in den Körnern und auf den Korngrenzen durchsetzt ist (siehe Abbildungen 3.7a, 3.7b und 3.7c) [64]. In einigen Bereichen sind die Ausscheidungen und Mikroporen auch zeilenförmig angeordnet, was vermutlich durch inhomogenes Vormaterial verursacht wird. Bei den Ausscheidungen handelt es sich vor allem um eine Magnesium-Aluminium-Titan-Eisen-Phase [55]. Es finden sich außerdem Partikel mit hohem Titananteil, die von einem Mantel aus einer Titan-Aluminium-Phase umgeben sind. Diese Partikel sind vermutlich Überreste des Aufschäummittels, während der Mantel entsteht, wenn das Titanhydrid mit dem flüssigen Aluminium reagiert und dabei Wasserstoff freisetzt. Die Existenz der Titanpartikel und ihrer Ummantelung weisen darauf hin, daß der Aufschäumprozeß nicht mit der gewünschten Effizienz abgelaufen ist, da ein Teil des Aufschäummittels nicht reagiert und keinen Wasserstoff freigesetzt hat [55]. Abbildung 3.7d zeigt diese Gefügebestandteile in einer rasterelektronenmikroskopischen Aufnahme.

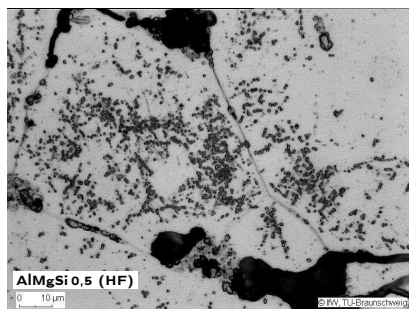
Bei *ALPORAS*-Schaum findet man eine Mikrostruktur, die weitgehend der einer langsam abgekühlten Aluminiumschmelze mit Titan- und Calciumanteilen entspricht [55]. Aluminium-Mischkristalle sind von einem Netzwerk aus Aluminium-Calcium-Titan-Eutektikum umgeben. Innerhalb des Eutektikums finden sich Partikel, die aus Aluminium, Calcium, Eisen und Titan bestehen (siehe Abbildung 3.8).



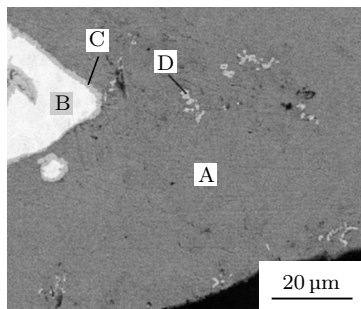
a: Poliert, ungeätzt, 50fache Vergrößerung [42]: Mikroporen sind gut erkennbar.



b: Poliert, geätzt mit Flußsäure, 75fache Vergrößerung [34]: Zusätzlich zu den Mikroporen zeigen sich Ausscheidungen in den Körnern und auf den Korngrenzen.



c: Poliert, geätzt mit Flußsäure, 500fache Vergrößerung [42]: Es zeigt sich die zellstrukturartige Verteilung der Ausscheidungen. Allerdings kann bei einigen der kleinen Löcher (Durchmesser ca. 1 µm) aufgrund des Ätzens nicht mehr unterschieden werden, ob es sich um Mikroporen oder herausgeätzte Ausscheidungen handelt.



d: REM-Aufnahme, Rückstreuelektronenkontrast [55]: Al-Mischkristall (A), stark titanhaltiger Partikel (B) mit Ti-Al-Mantel (C) und Mg-Al-Si-Fe-Phase (D).

Abbildung 3.7: Mikrostruktur von Schaum aus der Legierung AlMgSi 0,5.

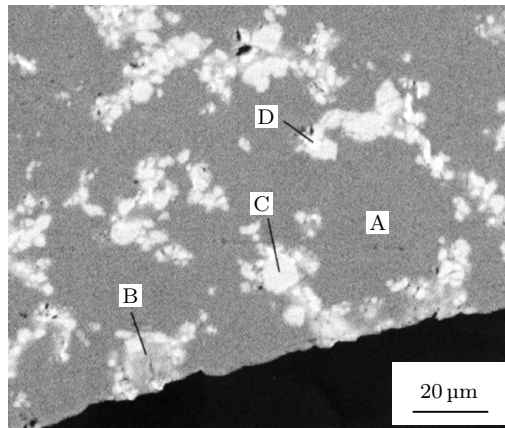


Abbildung 3.8: Mikrostruktur von *ALPORAS*-Schaum (REM-Aufnahme, Rückstreuelektronenkontrast) [55]: Al-Mischkristall (A), Al-Ca-Ti-Eutektikum (B und C) und Al-Ca-Ti-Fe-Partikel (D). Die dunkleren Zonen des Eutektikums (B) sind weniger titanhaltig.

#### 3.3.2 Mikroskopische Simulationen im Projekt

Die metallographischen Untersuchungen haben gezeigt, daß Materialgesetze für den jeweiligen massiven Werkstoff nicht ohne weiteres für die Zellwände von Metallschäumen verwendet werden können. Die wichtigsten Unterschiede zwischen dem Zellwandmaterial und dem Massivmaterial sind:

- Die Zellwanddicke liegt in der gleichen Größenordnung wie der Durchmesser der Körner bzw. der eutektischen Zellen in den Zellwänden. Es kommt somit häufig vor, daß eine Zellwand nur ein Korn dick ist. Dadurch fällt zum einen der Beitrag der Feinkornhärtung zur Gesamtfestigkeit weg oder wird zumindest stark reduziert. Zum anderen kann eine Zellwand allein durch die günstige Orientierung weniger Körner bedeutend leichter verformbar sein als ein polykristallines Bauteil.
- Die zahlreichen Mikroporen und -risse sowie die Ausscheidungen, insbesondere auf den Korngrenzen, stellen eine weitere Schwächung des Materials da. Sie sind schaumtypisch, da sie beim Aufschäumprozeß entstehen und somit in der jeweiligen massiven Legierung in der Regel nicht auftreten.



Aufgrund dieser Erkenntnisse ist eine weitere Untersuchung des Einflusses der Mikrostruktur sinnvoll. Das Ziel ist es, die bisher verwendeten Werkstoffgesetze für die mesoskopischen Simulationen (siehe Abschnitt 3.2.2) zu verbessern.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden unterschiedlich aufgebaute Mikrostrukturen von Metallschäumen und ihre Auswirkungen auf die Festigkeitseigenschaften in FE-Simulationen untersucht. Dabei kam ein *kristallplastisches Werkstoffmodell* [39] zum Einsatz, das am Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre entwickelt wurde und die anisotropen Eigenschaften der einzelnen Körner erfassen kann. Dies ist wichtig, da Strukturen, die aus einem oder wenigen Körnern bestehen, wie z. B. die Zellwände von Metallschäumen, kein isotropes Verhalten aufweisen.

Zum Verständnis dieser FE-Simulationen ist es jedoch erforderlich, das verwendete Werkstoffmodell sowie seine mechanischen und werkstoffkundlichen Hintergründe darzustellen. Daher werden im folgenden zunächst die Grundzüge der Elastizität und Plastizität kristalliner Materialien (Kapitel 4) und das Werkstoffmodell (Kapitel 5) erläutert, bevor auf die Simulationsrechnungen und ihre Ergebnisse eingegangen wird (Kapitel 6).

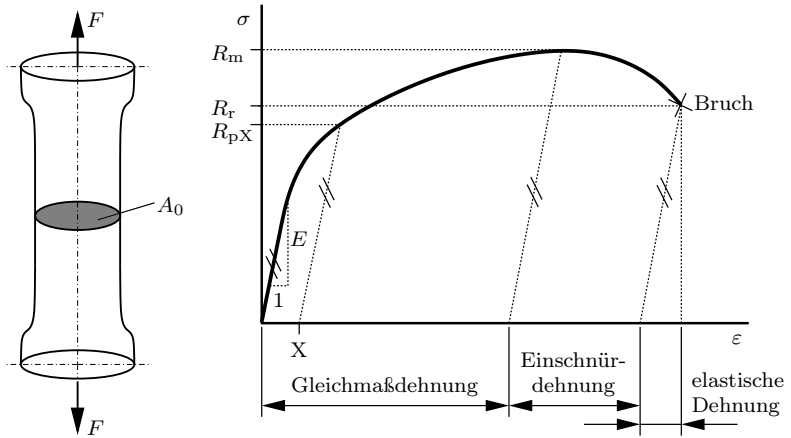


## 4 Elastizität und Plastizität kristalliner Materialien

In diesem Kapitel werden die wichtigsten Grundlagen der elastischen und der plastischen Verformung von Metallen dargestellt, die zum Verständnis des kristallplastischen Werkstoffmodells erforderlich sind. Für ausführlichere Erläuterungen, die den Rahmen dieser Arbeit sprengen würden, sei z.B. auf die Bücher von HAASEN [36], HONEYCOMBE [45], RÖSLER *et al.* [74], STÜWE [87] oder VOLLERTSEN und VÖGLER [92] verwiesen.

### 4.1 Makroskopisches Verhalten

Metalle gehören normalerweise zu den kristallin aufgebauten Stoffen. Bei diesen nehmen die Atome in den *Körnern* bzw. *Kristalliten* Gleichgewichtslagen ein. Dadurch kommt es zu einer regelmäßigen Atomanordnung im Raum mit sich periodisch wiederholenden Atomabständen, dem sogenannten *Kristallgitter*. Dies unterscheidet die kristallinen Materialien von den amorphen Stoffen wie Gläsern oder von den Kunststoffen, bei denen die Atome bzw. Moleküle regellos angeordnet sind. Ein metallisches Bauteil besteht in der Regel aus einem Verbund einer Vielzahl von Kristalliten, die sich durch die *Orientierung* unterscheiden. Darunter versteht man die Lage des Kristallgitters in bezug auf bestimmte Richtungen, z.B. die Achsen eines Koordinatensystems oder Symmetrieachsen. Bauteile aus einem oder sehr wenigen Körnern kommen nur selten für besondere Anwendungen, z.B. Turbinenschaufeln, zum Einsatz. Aufgrund des regelmäßigen Aufbaus verhält sich ein Einkristall anisotrop, d.h. seine mechanischen Eigenschaften sind von der Richtung im Kristallgitter abhängig. Polykristalline Bauteile sind dagegen in der Regel isotrop, da sich die anisotropen Eigenschaften der zahlreichen Körner im Mittel aufheben.



a: Zugprobe.

b: Schematischer Verlauf des technischen Spannungs-Dehnungs-Diagramms.

Abbildung 4.1: Zugversuch (technische Darstellungsweise).

Wenn man von dem makroskopischen Verhalten eines Werkstoffs spricht, so ist damit das Verhalten eines polykristallinen Körpers gemeint. Einer der wichtigsten Versuche zur Ermittlung makroskopischer Werkstoffkennwerte ist der Zugversuch. Bei ihm wird eine meist zylinderförmige Probe (siehe Abbildung 4.1a) mit konstanter Geschwindigkeit bis zum Bruch gezogen. Dabei werden die Zugkraft  $F$  und die Längenänderung  $\Delta L$  der Probe gemessen. Um Kennwerte zu erhalten, die von den Probenabmessungen unabhängig sind, wird die Kraft auf die Ausgangsquerschnittsfläche  $A_0$  und die Längenänderung auf die Ausgangslänge  $L_0$  bezogen. Dies führt auf die Begriffe der *technischen Spannung*  $\sigma$  und der *technischen Dehnung*  $\varepsilon$ :<sup>1</sup>

$$\sigma := \frac{F}{A_0}, \quad (4.1)$$

$$\varepsilon := \frac{\Delta L}{L_0}. \quad (4.2)$$

<sup>1</sup> Der Zusatz *technisch* wird häufig weggelassen.

Wird an einem polykristallinen metallischen Werkstoff ein Zugversuch vorgenommen und dabei die technische Spannung über der technischen Dehnung aufgetragen, so ergibt sich der in Abbildung 4.1b dargestellte typische Verlauf. Zunächst ist ein linearer Anstieg erkennbar. In diesem Bereich verformt sich der Werkstoff *elastisch* und verhält sich gemäß dem *Hookeschen Gesetz*

$$\sigma = E \cdot \varepsilon^{\text{el}}, \quad (4.3)$$

wobei die konstante Steigung  $E$  der *Elastizitätsmodul* ist. Gleichzeitig nimmt auch der Querschnitt der Probe elastisch ab. Mit der *Querkontraktionszahl*  $\nu$ , die für alle Metalle ungefähr 0,3 beträgt, gilt der Zusammenhang

$$\varepsilon_{\text{quer}}^{\text{el}} = \frac{\nu \cdot \sigma}{E}. \quad (4.4)$$

Die *elastischen Dehnungen* sind reversibel, d. h. nach einer Entlastung der Probe gehen sie vollständig zurück.

Es muß jedoch einschränkend erwähnt werden, daß es sich bei dem rein elastischen Werkstoffverhalten gemäß den Gleichungen (4.3) und (4.4) um eine Vereinfachung handelt. Neben den elastischen Dehnungen treten bei Metallen immer *plastische Dehnungen* auf. Diese sind irreversibel, d. h. nach einer Entlastung der Probe bleiben sie bestehen. Auch in dem Bereich, in dem sich ein metallischer Werkstoff linear-elastisch zu verhalten scheint, konnten in Experimenten plastische Dehnungen nachgewiesen werden [72]. Allerdings sind diese so klein, daß man sie in der Regel vernachlässigt. Bei der Erstellung des in Kapitel 5 vorgestellten Werkstoffmodells spielen sie aber eine wichtige Rolle.

Nach dem Ende des linearen Bereichs steigt die Spannungs-Dehnungs-Kurve langsamer an. Diesen Anstieg nennt man *Verfestigung* (siehe auch Abschnitt 4.2.6). Der Werkstoff verformt sich nun merklich plastisch. Bei der Entlastung der Probe zeigt sich jetzt sehr deutlich, daß sie neben der reversiblen elastischen Dehnung auch eine irreversible plastische Dehnung erfahren hat.

Der Kennwert  $R_p$ , die *Dehngrenze*, bezeichnet eine Spannung, bei der eine bestimmte plastische Dehnung entsteht. Sehr verbreitet ist die 0,2-%-Dehngrenze  $R_{p0,2}$ . Bei Erreichen dieses Spannungswerts verbleiben 0,2 % Dehnung bei Entlastung der Probe.<sup>2</sup> Der Kennwert  $R_m$  ist die *Zugfestigkeit*, und die zugehörige plastische Dehnung heißt *Gleichmaßdehnung*, weil bis zum Erreichen

<sup>2</sup> Aufgrund der geringen Festigkeit von Metallschäumen muß bei diesen in vielen Experimenten mit der 0,01-%-Dehngrenze gearbeitet werden [40].

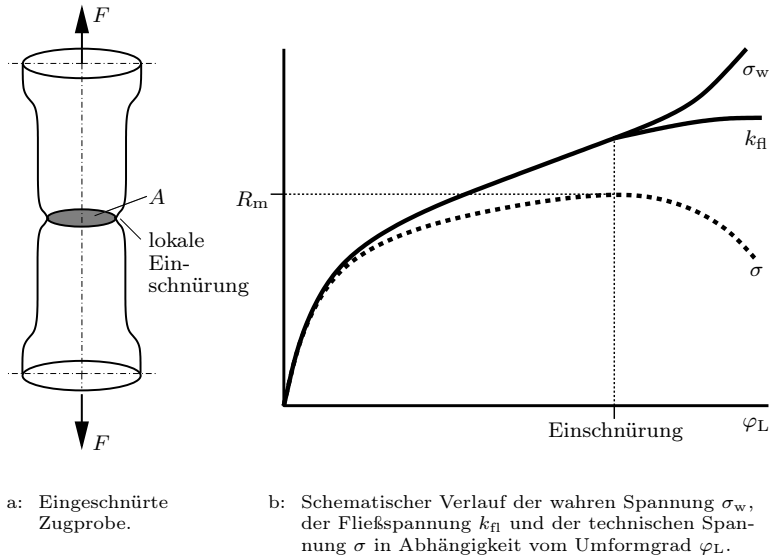


Abbildung 4.2: Zugversuch (physikalische bzw. mechanische Darstellungsweise).

dieses Werts die Probe über ihre Länge gleichmäßig dünner wird. Nach Erreichen des Maximums bei  $R_m$  fällt die Kurve wieder ab, bis die Probe bei der *Bruchspannung*  $R_r$  bricht. Der Spannungsrückgang bedeutet aber nicht, daß der Werkstoff entfestigt. Vielmehr schnürt die Probe lokal ein (siehe Abbildung 4.2a), wobei die gesamte Verformung nun auf den Einschnürbereich konzentriert ist. Die Dehnung, die ab dem Beginn des Einschnürens aufgebracht wird, heißt *Einschnürdehnung*. Da die elastische Dehnung nach dem Bruch der Probe vollständig zurückgeht, ist die *Bruchdehnung* die Summe aus Gleichmaß- und Einschnürdehnung.

Wenn man bei der Auswertung eines Zugversuchs unter Verwendung der aktuellen Querschnittsfläche  $A$  und der aktuellen Länge  $L$  die *wahre Spannung*

$$\sigma_w := \frac{F}{A} \quad (4.5)$$

über der *wahren Dehnung*<sup>3</sup>

<sup>3</sup> Die wahre Dehnung  $\varepsilon_w$  wird häufig auch als *Umformgrad*  $\varphi_L$  bezeichnet.

$$\varepsilon_w := \ln \left( \frac{\Delta L}{L_0} \right) = \ln \left( \frac{A}{A_0} \right) = \ln(1 + \varepsilon) \quad (4.6)$$

aufträgt, erhält man das in Abbildung 4.2b dargestellte *wahre Spannungs-Dehnungs-Diagramm*.<sup>4</sup> Dabei wird deutlich, daß der Werkstoff nach Erreichen der Zugfestigkeit weiter verfestigt. Zusätzlich zur wahren Spannungs-Dehnungs-Kurve zeigt Abbildung 4.2b die *Fließkurve* des Werkstoffs. Da sich beim Einschnüren der Probe im Einschnürquerschnitt der einachsige Zugspannungszustand in einen dreiachsigen Spannungszustand umwandelt, steigt der Formänderungswiderstand in Zugrichtung. Die wahre Spannung  $\sigma_w$  verläuft dadurch oberhalb der *Fließspannung*  $k_A$ .

## 4.2 Mikromechanik der Verformung

### 4.2.1 Kristalline Werkstoffe

Wie bereits in Abschnitt 4.1 erwähnt wurde, sind die Atome bei Metallen regelmäßig in Gitterstrukturen angeordnet. In Abbildung 4.3 werden die wichtigsten Gittertypen gezeigt: das kubisch-raumzentrierte Gitter (*krz*, z. B.  $\alpha$ -Eisen), das kubisch-flächenzentrierte Gitter (*kfz*, z. B. Aluminium, Kupfer, Nickel) und das Gitter hexagonal dichtester Packung (*hdp*, z. B. Magnesium, Zink).

Das kfz- und das hdp-Gitter sind Gitter dichtester Kugelpackung (Raumerfüllung 74 %) und damit energetisch besonders günstig. Da im Hinblick auf die Mikrostruktur von Aluminiumschäumen nur das kubisch-flächenzentrierte Gitter relevant ist, wird im folgenden vor allem auf diesen Gittertyp eingegangen. Umfassende Erläuterungen zu kristallinen Werkstoffen finden sich bei HONEYCOMBE [45] und bei RÖSLER *et al.* [74]. Letztere befassen sich außerdem auch mit Werkstoffen anderen Aufbaus, wie z. B. amorphen Strukturen und Verbundwerkstoffen.

### 4.2.2 Ebenen und Richtungen im Kristallgitter

Ebenen und Richtungen werden bei kubischen Kristallen i. a. mit Hilfe der sogenannten *Millerschen Indizes*  $h, k, l$  und der Richtungsindizes  $u, v, w$  angegeben. Dabei wird die folgende Kennzeichnung verwendet:

- Geschweifte Klammern  $\{hkl\}$  bezeichnen gleichartige Ebenen,
- runde Klammern  $(hkl)$  bestimmte Ebenen,

---

<sup>4</sup> Der Zusatz *wahr* weist darauf hin, daß dieses Verständnis von Spannung und Dehnung den ursprünglichen Definitionen der Physik und der Mechanik entspricht.

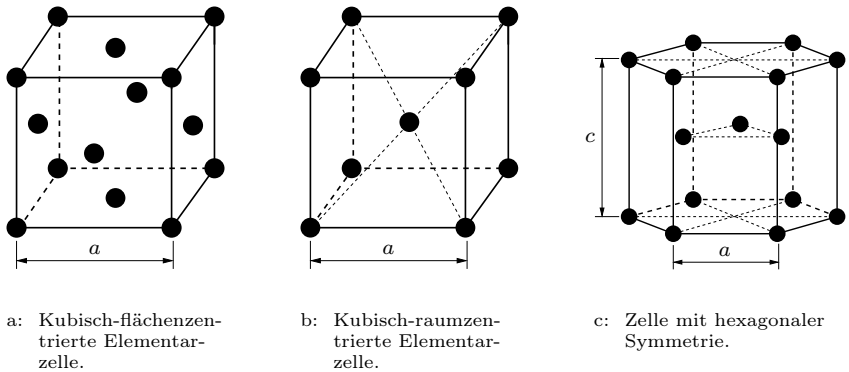


Abbildung 4.3: Gittertypen (Kugelmodelle). Durch die Gitterkonstanten  $a$  und  $c$  wird das jeweilige Gitter charakterisiert. Die Kugeln symbolisieren die Atomkerne.

- spitze Klammern  $\langle uvw \rangle$  gleichartige Richtungen und
- eckige Klammern  $[uvw]$  bestimmte Richtungen.

Sowohl die Millerschen Indizes als auch die Richtungsindizes werden in ganzzahligen Vielfachen der Gitterkonstante  $a$  angegeben. Zur Bestimmung der jeweiligen Indizes ist ein Koordinatensystem erforderlich, dessen Achsen parallel zu den Kanten der kubischen Elementarzelle liegen:

- Die Millerschen Indizes einer Ebene sind die Reziprokwerte der Achsenabschnitte, bei denen die Ebene die Achsen dieses Koordinatensystems schneidet.
- Die Richtungsindizes sind die Komponenten eines Richtungsvektors, der so verschoben wurde, daß er im Ursprung dieses Koordinatensystems seinen Anfangspunkt hat.

Negative Vorzeichen werden durch einen Querstrich über dem jeweiligen Index angegeben. Abbildung 4.4 verdeutlicht diese Notationsweise für Ebenen und Richtungen anhand einiger Beispiele. Diese Art der Indizierung hat den Vorteil, daß man alle gleichartigen Ebenen bzw. Richtungen durch Vertauschen der Indizes erhält.



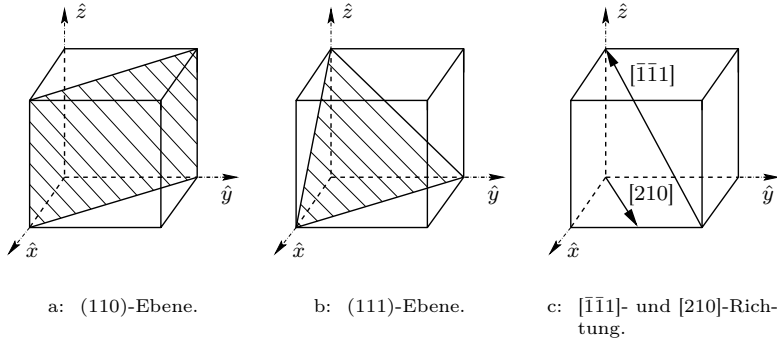


Abbildung 4.4: Bezeichnung von Ebenen und Richtungen im kubischen Gitter.

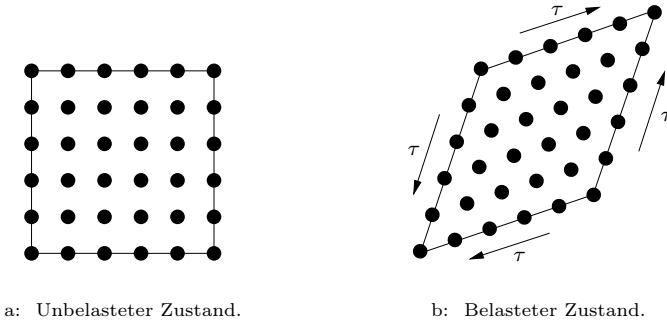


Abbildung 4.5: Schematische Darstellung der elastischen Verformung am Beispiel eines kubisch-primitiven Gitters. Im belasteten Zustand ist das Gitter verzerrt, aber alle Atome sind weiterhin an ihren Gitterplätzen.

### 4.2.3 Elastische Verformung

Wie in Abschnitt 4.1 erläutert wurde, sind elastische Verformungen vollständig reversibel. Ein rein elastisch verformter Körper nimmt daher bei seiner Entlastung wieder seine ursprüngliche Form an. Die Ursache für dieses Phänomen ist, daß bei elastischer Verformung alle Atome an ihren Plätzen im Kristallgitter bleiben und dieses lediglich verzerrt wird. Abbildung 4.5 verdeutlicht dies am Beispiel des bei Metallen in der Realität nicht existierenden kubisch-primitiven Gitters.

Es besteht, wie bereits erwähnt, ein proportionaler Zusammenhang zwischen den Spannungen und den Dehnungen, das sogenannte *Hookesche Gesetz*. Die Formulierung in Gleichung (4.2) gilt für einachsige Spannungszustände. Für beliebige Spannungszustände lautet es

$$\underline{\sigma} = \underline{\underline{D}} \underline{\varepsilon}^{\text{el}}, \quad (4.7)$$

mit

$$\begin{aligned} \underline{\sigma} &= (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz})^T, \\ \underline{\varepsilon}^{\text{el}} &= (\varepsilon_{xx}^{\text{el}}, \varepsilon_{yy}^{\text{el}}, \varepsilon_{zz}^{\text{el}}, 2\varepsilon_{xy}^{\text{el}}, 2\varepsilon_{yz}^{\text{el}}, 2\varepsilon_{xz}^{\text{el}})^T. \end{aligned}$$

Die *Hookesche Elastizitätsmatrix*  $\underline{\underline{D}}$  enthält die elastischen Konstanten, die sogenannten *elastischen Moduln*. Im allgemeinsten Fall ist dieser Proportionalitätsfaktor ein Tensor 4. Stufe mit 81 voneinander unabhängigen Komponenten, deren Anzahl allerdings durch Symmetriebetrachtungen auf 36 reduziert werden kann. Dadurch wird der Übergang zu der in Gleichung (4.7) verwendeten Matrixschreibweise (*Voigtsche Schreibweise*) möglich.

Die Zahl der voneinander unabhängigen elastischen Moduln reduziert sich durch die Berücksichtigung der Kristallsymmetrie bei kubischen Gittern auf drei und bei hdp-Gittern auf fünf. Somit ergibt sich bei kubischer Gitterstruktur und Verwendung eines kartesischen Kristallkoordinatensystems gemäß Abbildung 4.4 die folgende Kristall-Elastizitätsmatrix [77]:

$$\underline{\underline{\hat{D}}} = \begin{pmatrix} \hat{d}_{11} & \hat{d}_{12} & \hat{d}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \hat{d}_{12} & \hat{d}_{11} & \hat{d}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \hat{d}_{12} & \hat{d}_{12} & \hat{d}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{d}_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{d}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \hat{d}_{44} \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Dabei sind  $\hat{d}_{11}$ ,  $\hat{d}_{12}$  und  $\hat{d}_{44}$  die drei voneinander unabhängigen elastischen Moduln bei kubisch-flächenzentrierter Gitterstruktur.<sup>5</sup>

<sup>5</sup> Der Index ( $\hat{\phantom{x}}$ ) weist bei  $\underline{\underline{\hat{D}}}$ ,  $\hat{d}_{11}$ ,  $\hat{d}_{12}$  und  $\hat{d}_{44}$  darauf hin, daß es sich um Größen handelt, die in einem Kristallkoordinatensystem, wie es z.B. in Abbildung 4.4 dargestellt ist, angegeben werden. Die Notwendigkeit einer solchen Indizierung wird in Abschnitt 5.3.1 erläutert.

#### 4.2.4 Plastische Verformung

In Abschnitt 4.1 wurde beschrieben, daß es neben der reversiblen elastischen Verformung auch die irreversible plastische Verformung gibt.

Mögliche Mechanismen, die bei plastischer Verformung auf kristalliner Ebene ablaufen können, sind das *Ableiten von Gitterebenen* (sogenanntes *Kristallgittergleiten*), die *mechanische Zwillingsbildung*, das *Kornrenzengleiten* und *Diffusionsvorgänge*. Bei kubisch-flächenzentrierter Gitterstruktur spielt hauptsächlich das Kristallgittergleiten eine Rolle. Dagegen gewinnt die mechanische Zwillingsbildung immer dann an Bedeutung, wenn das Ableiten nur eingeschränkt möglich ist, beispielsweise bei hexagonaler Gitterstruktur oder bei Materialien mit geringer Gittersymmetrie, wie z. B. Zinn und Uran. Kornrenzengleiten tritt erst bei hohen Temperaturen<sup>6</sup> ein und spielt deshalb im Rahmen dieser Arbeit, die sich auf den Tieftemperaturbereich beschränken soll, keine Rolle. Auch Diffusionsvorgänge, wie z. B. das *Diffusionskriechen*, sind vor allem im Hochtemperaturbereich von Bedeutung und sollen hier nicht näher erläutert werden. Bei RÖSLER *et al.* [74] finden sich detaillierte Beschreibungen aller hier erwähnten Verformungsmechanismen.

##### Kristallgittergleiten

Das Ableiten von Gitterebenen erfolgt nur auf den sogenannten *Gleitsystemen*. Ein Gleitsystem wird definiert durch eine *Gleitebene* und durch eine in dieser Ebene liegende *Gleitrichtung*. Zur Beschreibung eines Gleitsystems  $S$  dient der Gleitebenennormalenvektor  $\underline{n}^{(S)}$  und der Gleitrichtungsvektor  $\underline{m}^{(S)}$ . Bevorzugte Gleitebenen sind Ebenen dichtester Packung und bevorzugte Gleitrichtungen dichtest belegte Gittergeraden.

Im Tieftemperaturbereich gibt es bei kubisch-flächenzentrierter Gitterstruktur zwölf bevorzugte Gleitsysteme, und zwar jeweils drei  $\langle 110 \rangle$ -Richtungen auf den vier  $\{111\}$ -Ebenen. Diese Gleitsysteme werden als *Hauptgleitsysteme*, oder, aufgrund ihrer Lage in der Elementarzelle, als *oktaedrische Gleitsysteme* bezeichnet. Abbildung 4.6 zeigt ihre Lage in einer kubisch-flächenzentrierten Elementarzelle. Die dabei verwendete Numerierung nach JORDAN und WALKER [48] wird auch bei der Aufstellung des kristallplastischen Werkstoffmodells verwendet (siehe Kapitel 5). Eine Übersicht über alle Gleitsysteme mit den zugehörigen Gleitebenennormalen- und Gleitrichtungsvektoren findet sich in Anhang B. Bei höheren Temperaturen können auch weitere Gleitsysteme auf nicht dichtest gepackten Ebenen oder Richtungen aktiviert werden. Auf

<sup>6</sup> Ab  $\approx 0,5 T_s$ , wobei  $T_s$  die Schmelztemperatur in Kelvin ist.

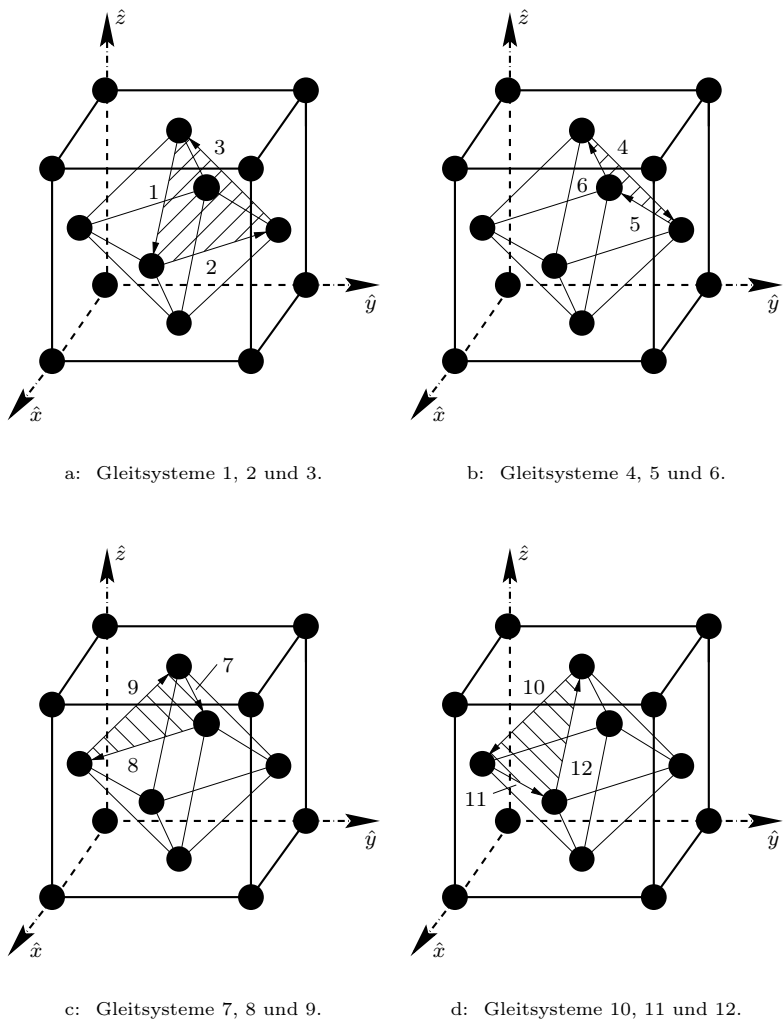
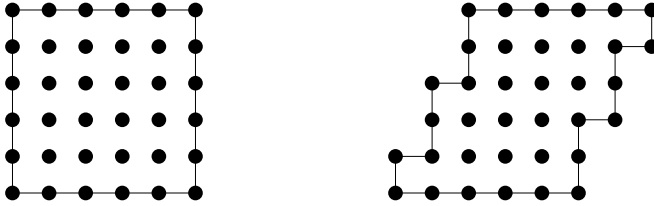


Abbildung 4.6: Die zwölf oktaedrischen Gleitsysteme des kubisch-flächenzentrierten Gitters. Die Numerierung erfolgt nach JORDAN und WALKER [48]. Die Pfeile weisen in Richtung der positiven Gleitrichtungsvektoren  $\underline{m}^{(S)}$ .



a: Unverformter Zustand.

b: Plastisch verformter Zustand.

Abbildung 4.7: Schematische Darstellung des Kristallgittergleitens am Beispiel eines kubisch-primitiven Gitters. Die Kristallstruktur ist im verformten und im unverformten Zustand die gleiche, aber die Atome befinden sich auf verschiedenen Gitterplätzen.

diese soll aber im Rahmen dieser Arbeit nicht eingegangen werden, da sich das in Kapitel 5 vorgestellte Werkstoffmodell auf kubisch-flächenzentrierte Gitter im Tieftemperaturbereich beschränkt. Ausführliche Erläuterungen zu solchen Gleitsystemen finden sich z. B. bei STOUFFER und DAME [86] oder JORDAN und WALKER [48]. Auf die Darstellung der Gleitsysteme bei anderen Gittertypen soll hier ebenfalls verzichtet werden. Bei STUEWE [87] finden sich Erklärungen zu kubisch-raumzentrierten Gittern und bei TENCKHOFF [90] zu hexagonal dichtest gepackten Strukturen.

Die Abgleitung erfolgt auf den Gleitsystemen durch die Bewegung von Teilen des Kristallgitters um jeweils einen Atomabstand auf den dichtest belegten Gittergeraden, wobei die Kristallstruktur im unverformten und im verformten Zustand dieselbe bleibt (siehe Abbildung 4.7). Damit bei einem Mehrkristall die Verformung eines jeden Kornes mit der seiner Nachbarkörner kompatibel ist, müssen in der Regel mehrere Gleitsysteme betätigt werden [87]. Gemäß dem *Misesschen Kompatibilitätskriterium* [60] ist die Aktivierung von mindestens fünf voneinander unabhängigen Verformungsmechanismen erforderlich, damit sich ein Korn in einem Polykristall makroskopisch homogen verformen kann, ohne daß im Werkstoff Hohlräume an den Korngrenzen entstehen. Wenn keine ausreichende Zahl an wirksamen Gleitsystemen vorhanden ist, kann die Kompatibilität auch durch die Bildungen von Zwillingen erzielt werden.<sup>7</sup>

Eine wichtige Rolle beim Kristallgittergleiten spielt die auf einer Gleitebene in Gleitrichtung des Gleitsystems  $S$  wirkende *Schmidsche Schubspannung*  $\tau^{(S)}$ .

<sup>7</sup> Ausführlichere Erläuterungen zur Zwillingbildung, die bei kubisch-flächenzentrierter Kristallstruktur keine bedeutende Rolle spielt, finden sich z. B. bei TENCKHOFF [90].

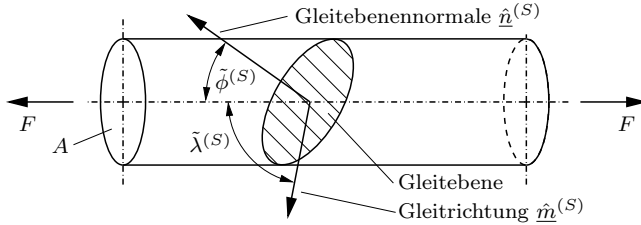


Abbildung 4.8: Bestimmung der Schmid'schen Schubspannung.

Sie kann aus dem Betrag und der Richtung einer äußeren Normalspannung  $\sigma$  mit Hilfe geometrischer Überlegungen berechnet werden. Unter Verwendung der in Abbildung 4.8 dargestellten Größen ergibt sich mit  $\sigma = F/A$ :

$$\tau^{(S)} = \sigma \cdot \cos \tilde{\lambda}^{(S)} \cdot \cos \tilde{\phi}^{(S)}. \quad (4.9)$$

Für  $\tilde{\lambda}^{(S)} = \tilde{\phi}^{(S)} = 45^\circ$  erreicht der *Schmidfaktor* ( $\cos \tilde{\lambda}^{(S)} \cdot \cos \tilde{\phi}^{(S)}$ ) mit 0,5 seinen Maximalwert. Abgleitvorgänge setzen ein, wenn auf mindestens einem Gleitsystem  $S$  die Schmid'sche Schubspannung  $\tau^{(S)}$  die *kritische Schubspannung*  $\tau_{\text{krit}}^{(S)}$  überschreitet. Das Gleitsystem, auf dem zuerst die Abgleitung einsetzt, wird als *Primärsystem* bezeichnet. Dies ist in einem noch unverformten Kristall das Gleitsystem, auf dem die Schmid'sche Schubspannung den größten Wert annimmt. Die Gleitsysteme, auf denen keine Abgleitung auftritt, weil auf ihnen  $\tau^{(S)} \leq \tau_{\text{krit}}^{(S)}$  gilt, heißen *latente Gleitsysteme*.

Im Zuge einer plastischen Verformung durch Zugbeanspruchung findet eine Rotation des Kristallgitters statt, bei der sich die Gleitrichtung in Richtung der Zugachse dreht (siehe Abbildung 4.9). Bei Druckbeanspruchung stellt sich dagegen die Gleitrichtung immer mehr senkrecht zur Druckachse ein. Daher sind die Winkel  $\tilde{\lambda}^{(S)}$  und  $\tilde{\phi}^{(S)}$  nicht konstant. Durch die Gitterrotation kann es auch zur Aktivierung weiterer Gleitsysteme, sogenannter *Sekundärsysteme*, neben dem zuerst aktivierten Primärsystem kommen.

#### 4.2.5 Versetzungen

##### Allgemeines

Bei der Bestimmung der kritischen Schubspannung  $\tau_{\text{krit}}^{(S)}$  ging man zunächst von der Annahme aus, daß ganze Gitterebenen aufeinander abgleiten. Aus dieser

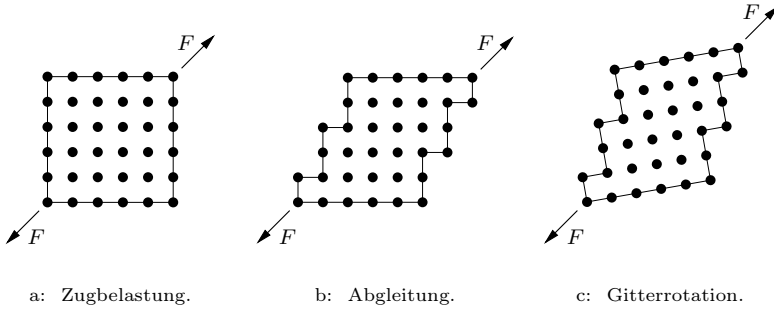


Abbildung 4.9: Abgleitung in Verbindung mit einer Gitterrotation (nach ZAEFFERER [98]). Eine Zugbelastung (a) führt zu Abgleitung (b) und einer zusätzlichen Verlängerung durch Gitterrotation (c).

Annahme resultiert der Näherungswert

$$\tau_{\text{krit}}^{(S)} \approx \frac{G}{2\pi}, \quad (4.10)$$

wobei  $G$  der Schubmodul ist [74]. Dieser liegt allerdings zwei bis drei Größenordnungen über experimentell ermittelten Werten.

Zur Erklärung dieses Phänomens wurde ein Modell entwickelt, das ein teilweises Abgleiten der Atomlagen gegeneinander ermöglicht. Dazu wurde das Vorhandensein von *linienförmigen Gitterfehlern* vorausgesetzt, den sogenannten *Versetzungen* (siehe Abbildung 4.10). Der Nachweis von Versetzungen gelang allerdings erst nach der Entwicklung dieser Modellvorstellung durch den Einsatz von Elektronenmikroskopen. Weitere Arten von Gitterfehlern sind *punktförmige Gitterfehler*, z. B. Leerstellen im Gitter, und *flächenförmige Gitterfehler*, z. B. Korngrenzen.

Die Atomanordnung in der Umgebung einer Versetzung ist sehr kompliziert. Deshalb zeigt Abbildung 4.10 die wichtigsten Versetzungstypen am Beispiel des kubisch-primitiven Gitters. Eine Versetzung wird durch den *Burgers-Vektor*  $\underline{b}$  und das *Linielement*  $d\underline{s}$  definiert. Der Burgers-Vektor  $\underline{b}$  wird durch einen Umlauf im Gitter um die Versetzung bestimmt und ist der Differenzvektor zwischen Anfangs- und Endpunkt des Umlaufs. Bei der Stufenversetzung, die man sich als in das Gitter eingeschobene Halbebene vorstellen kann, steht  $\underline{b}$  senkrecht auf  $d\underline{s}$  (siehe Abbildung 4.10a). Eine Stufenversetzung bewegt sich in Richtung von  $\underline{b}$  und ist an die von  $\underline{b}$  und  $d\underline{s}$  aufgespannte Gleitebene gebunden. Die Abgleitung erfolgt bei einer Stufenversetzung ebenfalls in Richtung von  $\underline{b}$ .

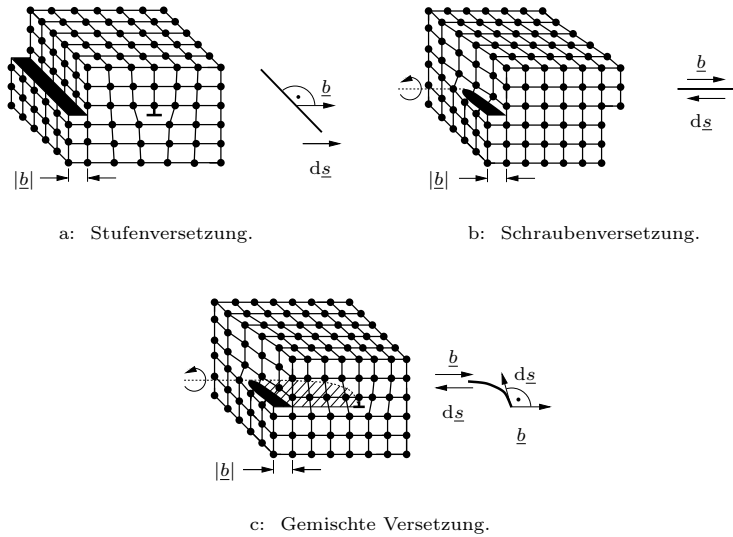


Abbildung 4.10: Atomanordnung bei verschiedenen Versetzungstypen im kubisch-primitiven Gitter (nach Stüwe [87]).

Bei einer Schraubenversetzung sind  $\underline{b}$  und  $\underline{ds}$  parallel (siehe Abbildung 4.10b). Die Versetzung bewegt sich senkrecht zu  $\underline{b}$  und  $\underline{ds}$ , während die Abgleitung in Richtung von  $\underline{b}$  und  $\underline{ds}$  erfolgt.

Weil eine Versetzungslinie nicht innerhalb eines Kristalls enden kann, bildet sie entweder einen geschlossenen Ring oder endet an einer Korngrenze bzw. an der Kristalloberfläche [87]. Ein solcher Versetzungsring besteht nur an einigen Stellen aus einer reinen Stufen- oder einer reinen Schraubenversetzung, ansonsten aber aus Mischformen zwischen Stufen- und Schraubenversetzung, die nur sehr schwer darstellbar sind (siehe Abbildung 4.10c).

Wenn Versetzungen im Gitter vorhanden sind, wird plastische Verformung nicht durch das Abgleiten ganzer Gitterebenen aufeinander, sondern durch das Wandern von Versetzungen durch das Gitter ermöglicht. Abbildung 4.11 zeigt dieses am Beispiel einer reinen Stufenversetzung. Beim Wandern der Versetzungen durch das Gitter gleiten nur sehr kleine Bereiche der Gitterebenen gegeneinander ab. Die durch die Gitterverzerrung an der Versetzungslinie hervorgerufenen Eigenspannungen unterstützen diesen Vorgang. Daher treten plastische Verformungen schon bei Schubspannungen auf, die wesentlich kleiner sind



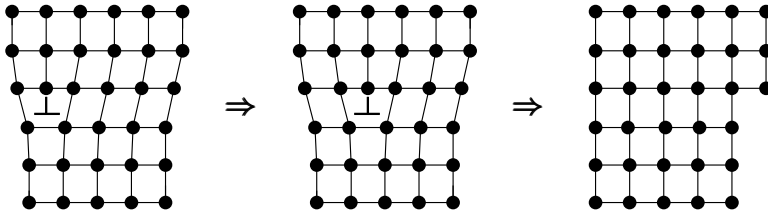


Abbildung 4.11: Ableitung durch das Wandern einer Stufenversetzung durch ein kubisch-primitives Gitter.

als der sich nach Gleichung (4.10) ergebende Näherungswert für die kritische Schubspannung.<sup>8</sup>

Die Versetzungsbewegung durch das Kristallgitter kann durch Fremdatome, Teilchen einer zweiten Phase oder andere Versetzungen behindert werden. Die Fremdatome können an eine Versetzung herandiffundieren und sie *festspinnen*, so daß sie, wenn sie bewegt werden soll, erst durch eine erhöhte Schubspannung von dieser Fremdatomwolke losgerissen werden muß. Teilchen einer zweiten Phase stellen ebenfalls ein Hindernis für die Versetzungsbewegung dar. Wenn sie kohärent in die Matrix eingebunden sind, besteht die Möglichkeit, daß die Versetzungen die Teilchen durchwandern. Dieser Vorgang wird auch als *Schneiden* von Teilchen bezeichnet. Außerdem können Versetzungen um Hindernisse unter Zurücklassung eines geschlossenen Versetzungsringes herumquellen (sogenannter *Orowan-Mechanismus*, siehe z. B. bei RÖSLER *et al.* [74]), oder sie durch *Klettern* bzw. durch einen Wechsel der Gleitebene, sogenanntes *Quergleiten*, umgehen (siehe Abbildung 4.12). Letzteres ist allerdings nur bei Schraubenversetzungen möglich, weil diese durch die Parallelität von  $\vec{b}$  und  $\vec{d}_S$  nicht an eine Gleitebene gebunden sind. Klettern, das ausschließlich bei Stufenversetzungen möglich ist, findet nur bei hohen Temperaturen durch Diffusion von Leerstellen statt und spielt im Tieftemperaturbereich daher keine Rolle. Dagegen können Quergleitprozesse allein durch hohe Spannungen ausgelöst werden.

### Versetzungsmultiplikation

Mit der relativ geringen Anzahl an Versetzungen, die ein unverformter Kristall enthält, sind große plastische Deformationen nicht erklärbar. In Experimenten

<sup>8</sup> Bei gezielt gezüchteten versetzungsfreien Kristallen, sogenannten *Whiskern*, wurden tatsächlich Werte von  $\tau_{\text{krit}}^{(S)} \approx G/2\pi$  gemessen.

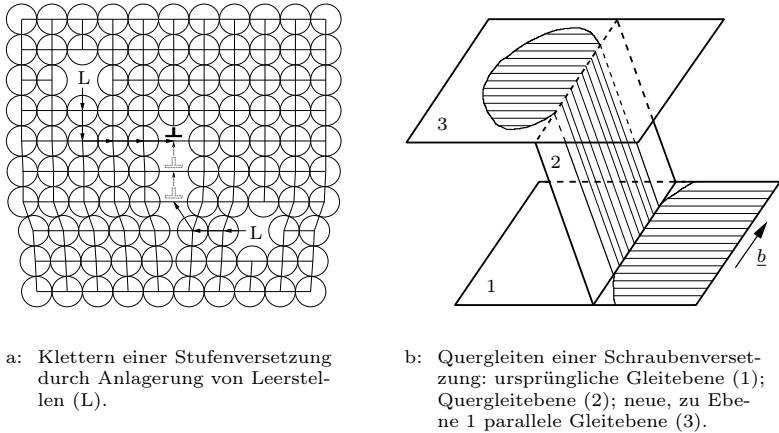


Abbildung 4.12: Klettern und Quergleiten.

wurde aber nachgewiesen, daß die *Versetzungsdichte* mit beginnender plastischer Verformung zunächst stark ansteigt und sich anschließend einem Sättigungswert nähert [20]. Im unverformten Zustand liegt sie bei gut ausgeglühten Metallen im Bereich von  $10^{10} \text{ m}^{-2}$  bis  $10^{11} \text{ m}^{-2}$  und erreicht Sättigungswerte von  $10^{14} \text{ m}^{-2}$  bis  $10^{15} \text{ m}^{-2}$  bei sehr starker plastischer Verformung [87].<sup>9</sup>

Die Ursache für den Anstieg der Versetzungsdichte ist die Aktivierung von *Versetzungsmultiplikationsmechanismen*. Der bekannteste, die sogenannte *Frank-Read-Quelle* [68], ist in Abbildung 4.13 dargestellt. In einer Gleitebene, die mit der Zeichenebene identisch ist, liegt ein Stück einer Versetzungslinie (siehe Abbildung 4.13a). An seinen beiden Enden endet die Versetzung nicht, sondern läuft in das Gitter hinein. Sie soll an diesen Stellen nicht gleitfähig sein. Unter Einwirkung einer äußeren Spannung beult die Versetzungslinie bis zur Halbkreisform aus (siehe Abbildung 4.13b). Anschließend wächst sie selbständig (siehe Abbildungen 4.13c bis 4.13d), bis die Quelle einen vollständigen Versetzungsring abgespalten hat, der sich weiter ausbreiten kann (siehe Abbildung 4.13e). Weil die Quelle außerdem in ihrem alten Zustand wiederhergestellt ist, kann sie erneut aktiviert werden und unter Idealbedingungen Tausende von Versetzungsringen erzeugen.

---

<sup>9</sup> Gezählt werden die Durchstoßpunkte von Versetzungslinien pro Flächeneinheit.

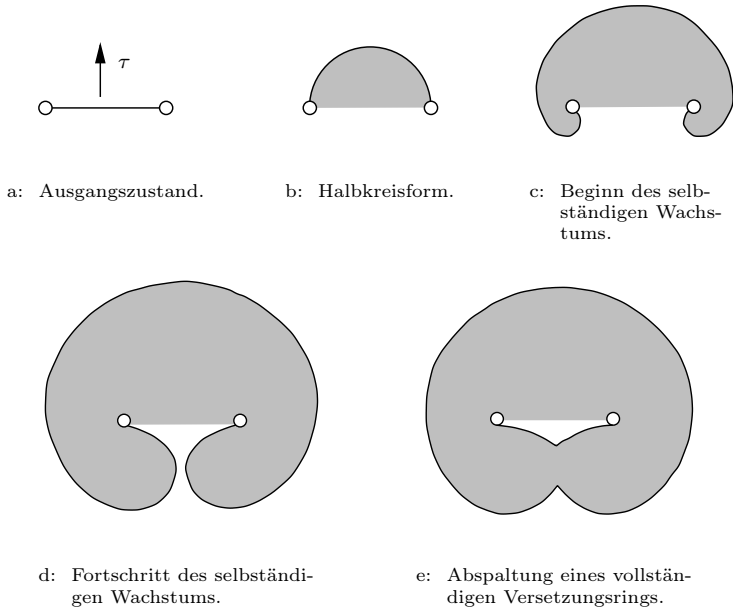


Abbildung 4.13: Erzeugung eines Versetzungsringes durch eine Frank-Read-Quelle (nach READ [68]).

## Versetzungsannihilation

Die Tatsache, daß die Versetzungsdichte mit zunehmender plastischer Verformung gegen einen Sättigungswert strebt, während die Frank-Read-Quellen fortwährend neue Versetzungsringe produzieren, läßt darauf schließen, daß es auch Vorgänge gibt, durch die Versetzungen *annihiliert* werden. Die einfachste Möglichkeit, wie sich zwei Versetzungen gegenseitig auslöschen können, ist in Abbildung 4.14 dargestellt: Zwei Stufenversetzungen, die Burgersvektoren mit gleichen Beträgen, aber unterschiedlichen Vorzeichen haben, befinden sich auf derselben Gleitebene. Sie ziehen sich an und bewegen sich aufeinander zu, weil die Spannungsfelder, die sich um sie herum bilden, entgegengesetzte Vorzeichen haben. Es kommt zu einer Versetzungsreaktion, bei der sich die beiden Versetzungen auslöschen.

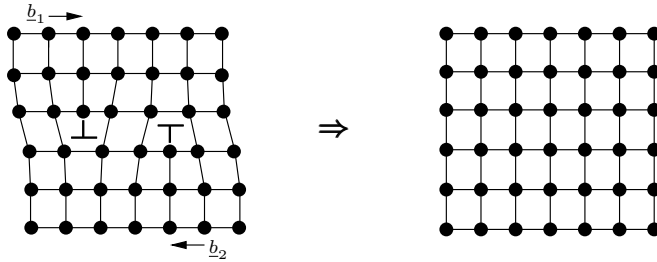


Abbildung 4.14: Gegenseitige Annihilation von Versetzungen mit verschiedenen Vorzeichen, die sich auf derselben Gleitebene bewegen.

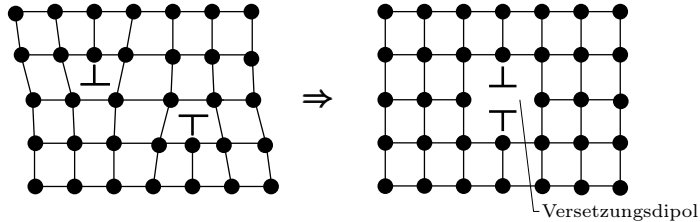


Abbildung 4.15: Bildung eines Versetzungsdipols durch Versetzungen mit verschiedenen Vorzeichen, die sich auf parallelen Gleitebenen bewegen.

Auch Versetzungen mit unterschiedlichen Vorzeichen, die auf parallelen Gleitebenen liegen, ziehen sich an. Sie bilden, da sie sich nicht annihilieren können, einen sogenannten *Versetzungsdipol* (siehe Abbildung 4.15). Unterschreitet der Abstand der parallelen Gleitebenen einen werkstoffabhängigen Grenzwert, den *kritischen Annihilationsabstand*  $y_c$ , so wird der Dipol instabil. Ein aus zwei Stufenversetzungen bestehender Dipol zerfällt dann in Trümmer atomarer Größenordnung [20], während sich zwei Schraubenversetzungen, die einen Dipol bilden, durch Quergleiten auslöschen können. Für einen Dipol aus zwei Stufenversetzungen hat der kritische Annihilationsabstand  $y_c$  die Größenordnung des Atomabstands im Kristallgitter, während er für einen Dipol aus zwei Schraubenversetzungen um ca. zwei Zehnerpotenzen höher liegt. Daher treten Annihilationsvorgänge bei Schraubenversetzungen sehr viel häufiger als bei Stufenversetzungen auf [20]. Durch die gegenseitige Auslöschung zweier Versetzungen wird die im Gitter gespeicherte elastische Energie verringert. Die Annihilations-

vorgänge sind dadurch dem Bestreben des Gitters förderlich, einen möglichst energiearmen Zustand einzunehmen [39].

Die Wahrscheinlichkeit von Annihilationsvorgängen erhöht sich mit dem Anwachsen der Versetzungsdichte. Dadurch verlangsamt sich dieses mit zunehmender plastischer Verformung. Wenn die Versetzungsdichte schließlich ihren Sättigungswert erreicht, gleichen sich die Multiplikations- und die Annihilationsvorgänge aus.

Weil die hier beschriebenen Annihilationsvorgänge nur im Zusammenhang mit Versetzungsbewegungen möglich sind, werden sie auch als *dynamische Erholungsprozesse* bezeichnet. Dagegen ist *statische Erholung*, die im Rahmen dieser Arbeit nicht berücksichtigt wird, auch ohne die Einwirkung einer äußeren Spannung möglich, z. B. durch Diffusionsvorgänge bei erhöhten Temperaturen.

### 4.2.6 Verfestigung

Bei einer polykristallinen Zugprobe steigt die Zugspannung auch nach Verlassen des linear-elastischen Bereichs weiter an (vgl. Abschnitt 4.1). Dieses Verhalten, das *Verfestigung* genannt wird, zeigt sich auch auf kristalliner Ebene: Die kritische Schubspannung  $\tau_{\text{krit}}^{(S)}$  wächst mit zunehmender Abgleitung auf allen Gleitsystemen. Gleichzeitig erhöht sich auch die Versetzungsdichte (vgl. Abschnitt 4.2.5). Da Versetzungen Abgleitvorgänge erleichtern (vgl. Seite 51), müßte aufgrund der steigenden Anzahl an Versetzungen eigentlich ein Stagnieren oder ein Absinken der kritischen Schubspannungen eintreten. Ein Kristall ist jedoch nicht umso besser plastisch verformbar, je mehr Versetzungen er enthält, da sich mit zunehmender Versetzungsdichte die Versetzungen immer stärker gegenseitig in ihren Bewegungen behindern. Sie können keine langen Wege mehr zurücklegen, sondern werden schon nach kurzen Strecken von anderen Versetzungen aufgehalten. Experimentell wurde für Polykristalle der Zusammenhang

$$\tau_{\text{krit}} = \alpha G |b| \sqrt{\varrho_{\text{ges}}} \quad (4.11)$$

zwischen der kritischen Schubspannung  $\tau_{\text{krit}}$  und der Gesamtversetzungsdichte  $\varrho_{\text{ges}}$  gefunden. Dabei ist  $\alpha$  eine werkstoffabhängige Konstante.

Abbildung 4.16a zeigt prinzipielle Verläufe von *Verfestigungskurven*, die bei Einkristallen auftreten können. Bei Kurve A ist der Einkristall so orientiert, daß zunächst nur auf einem Gleitsystem Abgleitung einsetzt. Der sich dabei ergebende typische Verlauf mit drei Bereichen erklärt sich wie folgt:

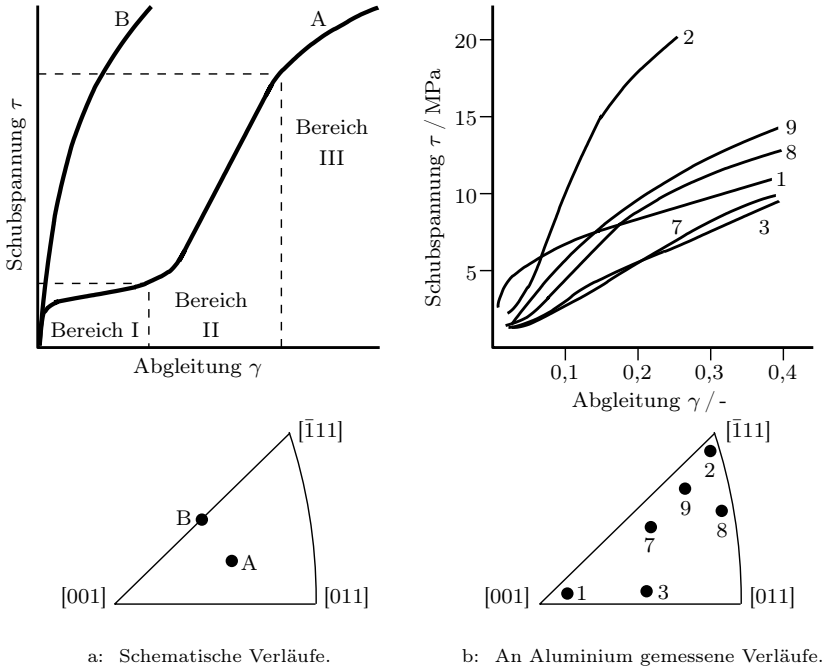


Abbildung 4.16: Einkristall-Verfestigungskurven mit zugehörigen Orientierungen der Zugachse (nach HONEYCOMBE [45]). Erläuterungen zur Darstellungsweise der Orientierung finden sich in Anhang C.

**Bereich I:** Abgleitung erfolgt nur auf dem primären Gleitsystem. Sie setzt ein, sobald auf diesem die kritische Schubspannung  $\tau_{\text{krit}}^{\text{pr}}$  überschritten wird. Die Verfestigung ist gering (Steigung der Verfestigungskurve ca.  $10^{-4} G$ ), denn die Versetzungen können lange Wege zurücklegen, bevor sie auf Hindernisse stoßen. Daher wird dieser Bereich auch als *Easy-Glide-Bereich* bezeichnet.

**Bereich II:** Abgleitung findet auf mehreren Gleitsystemen statt. Infolge der Gleitung auf sich schneidenden Ebenen treten Versetzungsreaktionen auf, die die Beweglichkeit der Versetzungen beeinträchtigen. Dadurch entsteht in diesem Bereich ein starker Verfestigungsanstieg (Steigung der Verfestigungskurve ca.  $30 \cdot 10^{-4} G$ ).

**Bereich III:** Die Verfestigung nimmt durch dynamische Erholungsprozesse ab. Versetzungsaufstauungen werden dabei abgebaut, z.B. durch den Wechsel von Versetzungen in andere Gleitebenen (Quergleiten, siehe Abbildung 4.12b).

Es zeigt sich aber auch eine starke Abhängigkeit des Verfestigungsverlaufs von der Orientierung der Zugachse.<sup>10</sup> Die oben beschriebene typische Form einer Verfestigungskurve mit den drei Bereichen ergibt sich nur, wenn der untersuchte Einkristall so orientiert ist, daß Abgleitung nur auf einem Gleitsystem einsetzt. Wenn er dagegen so orientiert ist, daß zwei Gleitsysteme aufgrund gleicher Schmidfaktoren gleich gut zum Abgleiten geeignet sind, erhält man einen Verlauf, der dem von Kurve B in Abbildung 4.16a ähnelt. In diesem Fall kommt es von Beginn an zu starker Verfestigung, so daß der Easy-Glide-Bereich entfällt. Abbildung 4.16b verdeutlicht die Orientierungsabhängigkeit des Verfestigungsverlaufs anhand von Verfestigungskurven, die an unterschiedlich orientierten Aluminium-Einkristallen gemessen wurden.

Grundsätzlich wird zwischen zwei Arten der Verfestigung unterschieden:

**Die isotrope Verfestigung** ist vom Gleitrichtungssinn unabhängig. Sie entsteht durch Schneidprozesse zwischen den Versetzungen verschiedener Gleitsysteme. Versetzungen, die eine Gleitebene durchdringen, bilden für die Versetzungen auf der durchdrungenen Gleitebene einen sogenannten *Versetzungswald*. Durchschneidet eine Versetzung der durchdrungenen Ebene eine Waldversetzung, so können in beiden Versetzungslinien sogenannte Sprünge oder Kinken entstehen. Sprünge sind Knicke in einer Versetzungslinie, die aus der Gleitebene herausgehen, während Kinken Knicke in einer Versetzungslinie sind, die innerhalb der Gleitebene liegen [68, 80]. Durch beide Arten von Knicken wird die Bewegung einer Versetzung behindert. Sie kann dadurch außerdem auch als Hindernis für nachfolgende Versetzungen wirken. Abbildung 4.17 zeigt die Entstehung von Sprüngen in den Versetzungslinien zweier Schraubenversetzungen durch einen Schneidprozeß.

**Die kinematische Verfestigung** ist vom Gleitrichtungssinn abhängig. Sie entsteht durch den Aufstau von bewegten Versetzungen vor Hindernissen, wie z. B. Korngrenzen, Teilchen einer zweiten Phase oder seßhaften

---

<sup>10</sup> Die Orientierung der Zugachse wird in Abbildung 4.16 mit Hilfe des *Standardtriangles* aus der *Inversen Stereographischen Projektion* angegeben. Eine ausführliche Erläuterung dieser Darstellungsweise findet sich in Anhang C.

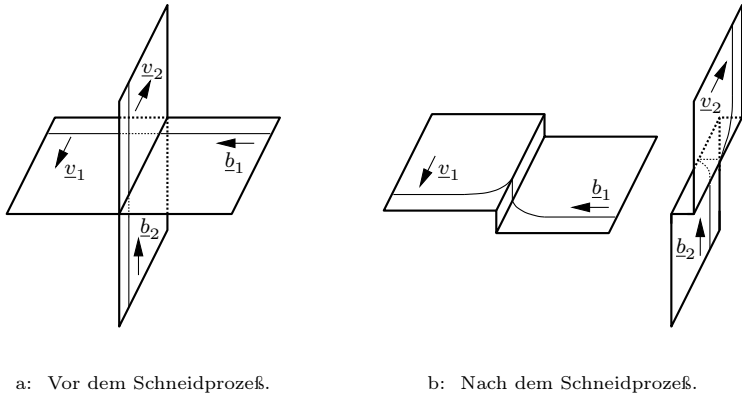


Abbildung 4.17: Entstehung von Sprüngen in den Versetzungslinien sich schneidender Schraubenversetzungen (nach READ [68]). Im Bereich der Sprünge sind die Versetzungslinien nicht mehr gleitfähig, so daß sie dort ausbeulen.

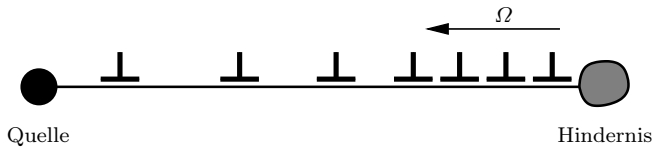


Abbildung 4.18: Entstehung der kinematischen Rückspannung  $\Omega$  durch Aufstau von Versetzungen vor Hindernissen (nach HARDER [39]).

Versetzungsknoten (siehe Abbildung 4.18). Die durch einen solchen Aufstau verursachte *kinematische Rückspannung*  $\Omega$  wirkt einer weiteren Abgleitung in der ursprünglichen Richtung entgegen, unterstützt aber die Abgleitung in entgegengesetzter Richtung. Dies macht sich dadurch bemerkbar, daß bei einer Umkehrung der Belastungsrichtung das Gleiten bei einer kleineren äußeren Spannung einsetzt als bei der Erstverformung (sogenannter *Bauschinger-Effekt* [54]).

Bei der kristallplastischen Betrachtungsweise, die im Rahmen dieser Arbeit zur Anwendung kommt, wird eine weitere Unterscheidung vorgenommen:



**Selbstverfestigung** entsteht dadurch, daß sich Versetzungen eines Gleitsystems, das während eines Verformungsvorgangs aktiviert wird, untereinander in ihrer Bewegung behindern. Sie ist eine Folge des Aufstaus von Versetzungen dieses Gleitsystems vor Hindernissen und daher ausschließlich kinematischer Natur.

**Latente Verfestigung** entsteht dadurch, daß die Versetzungen eines nicht aktiven, sogenannten *latenten Gleitsystems* durch Wechselwirkungen mit denen anderer Gleitsysteme in ihrer Bewegung behindert werden. Sie setzt sich aus kinematischen und isotropen Anteilen zusammen. Die kinematischen Anteile haben ihre Ursache darin, daß die Spannungsfelder, die durch Versetzungsaufstauungen auf den aktiven Gleitsystemen entstehen, auch Rückwirkungen auf alle anderen Gleitsysteme haben. Dagegen entstehen die isotropen Anteile durch Schneidprozesse der Versetzungen eines latenten Gleitsystems mit den Versetzungen anderer, insbesondere der aktiven Gleitsysteme. Bedingt durch die große Anzahl an Versetzungen auf den aktiven Gleitsystemen werden nahezu alle Versetzungen der latenten Gleitsysteme geschnitten und durch die dabei gebildeten Versetzungsknoten an einer Weiterbewegung gehindert.

In Experimenten an Einkristallen, die günstig für Einfachgleitung orientiert sind, kann beobachtet werden, daß die Selbstverfestigung des Primärsystems immer kleiner als die latente Verfestigung aller anderen Gleitsysteme ist [22, 23]. Allerdings ist die latente Verfestigung der einzelnen Gleitsysteme unterschiedlich stark, weil die Stabilität eines Knotens, den die Versetzungen zweier Gleitsysteme bei einem Schneidprozeß miteinander bilden, vor allem von der geometrischen Lage dieser Gleitsysteme zueinander abhängt. Zur Bestimmung der jeweiligen Stärke der latenten Verfestigung werden aus einem Einkristall, der zuvor unter Einfachgleitung im sogenannten Primärversuch verformt wurde, mehrere Sekundärproben herausgetrennt. Deren Orientierung wird so gewählt, daß bei weiterer Verformung in den Sekundärversuchen andere Gleitsysteme als das ursprüngliche Primärsystem aktiviert werden. So ist es möglich, die kritischen Schubspannungen auf den latenten Gleitsystemen zu bestimmen.

Die Stärke der latenten Verfestigung wird durch das latente Verfestigungsverhältnis (*Latent Hardening Ratio*, *LHR*) beschrieben. Es ist als das Verhältnis der kritischen Schubspannung  $\tau_{\text{krit}}^{(L)}$  auf einem latenten Gleitsystem *L* zu der kritischen Schubspannung  $\tau_{\text{krit}}^{\text{PT}}$  auf dem Primärsystem am Ende des Primärversuchs definiert:

$$\text{LHR}^{(L)} := \frac{\tau_{\text{krit}}^{(L)}}{\tau_{\text{krit}}^{\text{PT}}} . \quad (4.12)$$

Die kritische Schubspannung auf dem Primärsystem am Ende des Primärversuchs ergibt sich in Anlehnung an Gleichung (4.11) zu

$$\tau_{\text{krit}}^{\text{pr}} = \alpha^{\text{pr}} G |\underline{b}| \sqrt{\bar{\varrho}^{(L)}}, \quad (4.13)$$

wobei  $\bar{\varrho}^{(L)}$  ein Mittelwert über die Versetzungsdichten auf allen latenten Systemen ist. Des weiteren gilt für die kritische Schubspannung  $\tau_{\text{krit}}^{(L)}$  auf einem latenten Gleitsystem  $L$  der Zusammenhang

$$\tau_{\text{krit}}^{(L)} = \alpha^{(L)} G |\underline{b}| \sqrt{\varrho^{\text{pr}}}. \quad (4.14)$$

Dabei ist  $\varrho^{\text{pr}}$  die Versetzungsdichte auf dem Primärsystem. Die Versetzungen der latenten Systeme schneiden sich auch untereinander. Allerdings werden die Auswirkungen dieser Schneidprozesse in Gleichung (4.14) nicht berücksichtigt, da die Versetzungsdichte auf dem Primärsystem sehr viel größer als auf den latenten Systemen ist.

Durch Einsetzen der Gleichungen (4.13) und (4.14) in Gleichung (4.12) erhält man für das latente Verfestigungsverhältnis  $\text{LHR}^{(L)}$  des Gleitsystems  $L$  die Beziehung

$$\text{LHR}^{(L)} \sim \sqrt{\frac{\varrho^{\text{pr}}}{\bar{\varrho}^{(L)}}}. \quad (4.15)$$

Mit Hilfe von Gleichung (4.15) läßt sich die charakteristische Form eines experimentell ermittelten LHR-Verlaufs, die in Abbildung 4.19 gezeigt wird, erklären:

In unverformten Kristallen sind die Versetzungsdichten auf allen Gleitsystemen gleich. Daher haben LHR-Verläufe immer den Anfangswert 1. Sie steigen dann aufgrund der Zunahme der Versetzungsdichte auf dem Primärsystem zunächst stark an. Die zunehmende Selbstverfestigung des Primärsystems sowie die Gitterrotation bewirken anschließend die Aktivierung von Sekundärgleitsystemen. Dadurch erhöhen sich die Versetzungsdichten auf den aktivierten Sekundärsystemen ebenfalls, so daß die LHR-Werte ein Maximum durchlaufen und wieder abfallen. Wenn die Versetzungsdichten auf allen aktiven Gleitsystemen ihre Sättigungswerte erreicht haben, nähern sich die LHR-Verläufe asymptotisch Werten, die bei kubisch-flächenzentrierten Metallen je nach Gleitsystem zwischen 1 und 2,5 liegen [39]. Dieser Wertebereich oberhalb von 1 verdeutlicht, daß die Verfestigung auf den latenten Gleitsystemen stärker als auf dem Primärsystem ist (vgl. Seite 61).

Die latenten Gleitsysteme können aufgrund ihrer Lage zum Primärsystem in Gruppen eingeteilt werden. Für jede dieser Gruppen ergibt sich ein eigener

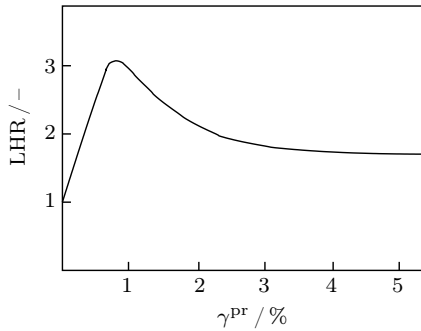


Abbildung 4.19: Prinzipielle Form eines experimentell ermittelten LHR-Verlaufs (nach FRANCIOSI [22]).

LHR-Verlauf, da die Stärke der Wechselwirkungen zwischen den Versetzungen verschiedener Gleitsysteme vor allem von der geometrischen Lage dieser Gleitsysteme zueinander abhängt (vgl. Seite 61). Aufgrund ihrer Komplexität kann diese Einteilung der latenten Gleitsysteme in Gruppen hier jedoch nicht detailliert erläutert werden. Ausführliche Darstellungen dieses Themas finden sich bei FRANCIOSI [22, 23] und HARDER [39].



## 5 Das kristallplastische Werkstoffmodell

### 5.1 Benutzerdefinierte Werkstoffmodelle im FE-Programm *ABAQUS/Standard*

Das FE-Programm *ABAQUS/Standard* bietet die Möglichkeit, über ein Unterprogramm, die *User-Subroutine UMAT* (*User Material*), ein vom Benutzer definiertes Werkstoffmodell einzubinden. Die folgende Beschreibung der Aufgaben und des Aufbaus einer *UMAT*-Routine sowie ihres Zusammenwirkens mit dem Hauptprogramm *ABAQUS* kann sich hier nur auf die wichtigsten Grundzüge beschränken. Umfangreichere Erläuterungen zu diesen Punkten finden sich z. B. bei WOLTERS *et al.* [97].

Das Unterprogramm *UMAT* wird vom Hauptprogramm *ABAQUS* in jedem Inkrement an jedem Integrationspunkt aufgerufen. Dabei wird ihm ein vollständiger Satz Zustandsgrößen zum Anfangszeitpunkt  $t$  eines Inkrements, das Zeitinkrement  $\Delta t$  sowie das Inkrement der totalen Verzerrung  $\Delta \underline{\varepsilon}$  übergeben. Es ist dann die Aufgabe der *UMAT*-Routine, anhand des benutzerdefinierten Stoffgesetzes den Spannungszustand  $\underline{\sigma}$  und die Zustandsgrößen am Ende eines Inkrements zum Zeitpunkt  $t + \Delta t$  zu berechnen. Die Spannungen werden dabei vom Hauptprogramm, die Zustandsgrößen dagegen vom Unterprogramm *UMAT* als Ausgangsgrößen für das folgende Inkrement benötigt. Innerhalb der *UMAT*-Routine ist ein iteratives Vorgehen zur Bestimmung der Spannungs- und der Zustandsgrößen erforderlich. Zu diesem Zweck muß der Benutzer einen geeigneten Iterationsalgorithmus in die *UMAT*-Routine einbinden.

Eine weitere Aufgabe des Unterprogramms *UMAT* ist die Berechnung des jeweiligen *Tangentenmoduls*  $\partial \underline{\sigma} / \partial \underline{\varepsilon}$ . Diesen benötigt das Hauptprogramm *ABAQUS* zur Aufstellung der *tangentiellen Steifigkeitsmatrix*  $\underline{\underline{K}}$ , falls am Ende eines Inkrements die Spannungen im Rahmen gegebener Fehlertoleranzen nicht mehr verträglich sind. Unter Verwendung von  $\underline{\underline{K}}$  verbessert *ABAQUS* dann die an

die *UMAT*-Routine zu übergebenden Daten. Anschließend wird das Unterprogramm *UMAT* mit einem neuen Zeitinkrement und einem neuen Inkrement der totalen Verzerrung noch einmal an jedem Gaußpunkt aufgerufen.

Bei der Übergabe von Spannungs- und Verzerrungszuständen zwischen *ABAQUS* und benutzerdefinierten Unterprogrammen muß eine Besonderheit von *ABAQUS* beachtet werden. In Voigtscher Schreibweise hat ein von *ABAQUS* übergebener Spannungszustand  $\underline{\sigma}$  die Form

$$\underline{\sigma} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz})^T, \quad (5.1)$$

während in der Literatur ein Spannungszustand häufig als

$$\underline{\sigma} = (\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz}, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{xz})^T \quad (5.2)$$

dargestellt wird (siehe z. B. bei HAVLIČEK *et al.* [43]). Die fünfte und die sechste Komponente des Vektors  $\underline{\sigma}$  sind bei *ABAQUS* gegenüber der sonst gebräuchlichen Formulierung vertauscht. Entsprechendes gilt für den Verzerrungszustand  $\underline{\epsilon}$ . Die Schreibweise nach Gleichung (5.2) wird auch in der hier eingesetzten *UMAT*-Routine verwendet. In diesem Fall ist es daher bei Spannungs- und Verzerrungszuständen erforderlich, innerhalb des Unterprogramms *UMAT* ein Vertauschen dieser beiden Komponenten nach dem Aufrufen der *UMAT*-Routine und ein Zurückvertauschen vor der Übergabe an *ABAQUS* vorzunehmen.

Die im Rahmen dieser Arbeit verwendete *UMAT*-Routine enthält ein kristallplastisches Werkstoffmodell, das am Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre der TU Braunschweig entwickelt wurde. Es wird ausführlich bei HARDER [38, 39] diskutiert. Im folgenden sollen nur seine wichtigsten Eigenschaften, die zum Verständnis erforderlichen mathematischen Grundlagen, die zugrunde liegenden Gleichungen und seine numerische Umsetzung in eine *UMAT*-Routine für Rechnungen mit dem FE-Programm *ABAQUS/Standard* dargestellt werden.

## 5.2 Eigenschaften

Das Werkstoffmodell hat die folgenden Eigenschaften:

- Es gilt für Metalle mit kubisch-flächenzentrierter Gitterstruktur.
- Es gilt im Tieftemperaturbereich.
- Es ist für reine Metalle und für Legierungen geeignet.

- Plastische Verformung wird nur durch das Gleiten auf den zwölf oktaedrischen Gleitsystemen beschrieben. Zwillingsbildung und Korngrenzengleiten werden vernachlässigt.
- Gitterrotationen werden berücksichtigt (Version für *große Deformationen*). Es gibt aber die Möglichkeit, sie zu vernachlässigen (Version für *kleine Deformationen*).
- Es gibt *kinetische Gleichungen* mit und ohne *explizite Fließgrenze*:
  - Bei der Wahl einer kinetischen Gleichung mit expliziter Fließgrenze setzt die Abgleitung auf einem Gleitsystem erst ein, wenn die *kritische Schubspannung* überschritten wird.
  - Bei der Wahl einer kinetischen Gleichung ohne explizite Fließgrenze finden Abgleitvorgänge auf allen Gleitsystemen statt, auf denen die *effektiv wirkende Schubspannung* ungleich null ist.
- Verschiedene Ver- und Entfestigungsmechanismen sind enthalten:
  - Verfestigungsprozesse laufen sowohl auf den aktiven (*Selbstverfestigung*) als auch auf den nicht aktiven Gleitsystemen (*latente Verfestigung*) ab.
  - Isotrope und kinematische Ver- und Entfestigungsvorgänge werden erfaßt.
  - Kinematische Rückspannungen, die durch Aufstauungen von Versetzungen vor Hindernissen verursacht werden, beeinflussen nicht nur das Gleitsystem, auf dem sie entstehen, sondern auch alle anderen Gleitsysteme.

Neben den sechs Spannungsgrößen  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$ ,  $\sigma_{zz}$ ,  $\sigma_{xy}$ ,  $\sigma_{yz}$  und  $\sigma_{xz}$  enthält das Modell pro Gleitsystem  $S$  zwei innere Größen, die *kinematische Rückspannung*  $\Omega^{(S)}$  und die *Versetzungsdichte*  $\varrho^{(S)}$ . Die kinematische Rückspannung  $\Omega^{(S)}$  ist eine Folge des Versetzungsaufstaus vor Hindernissen und bewirkt die kinematische Verfestigung. Je nach Gleitrichtungssinn unterstützt oder erschwert  $\Omega^{(S)}$  die Abgleitung auf dem Gleitsystem  $S$  (vgl. Seite 59). Die Entwicklung der Versetzungsdichte  $\varrho^{(S)}$  auf dem Gleitsystem  $S$  wird durch Versetzungsmultiplikations- und Versetzungsannihilationsvorgänge beeinflusst (vgl. Seite 53 ff.). Von den Versetzungsdichten aller Gleitsysteme und der geometrischen Lage eines Gleitsystems  $S$  zu den anderen hängt es wiederum ab, wie stark die isotrope Verfestigung auf diesem Gleitsystem ist (vgl. Seite 59 ff.).

## 5.3 Mathematische Grundlagen

### 5.3.1 Koordinatensysteme

Bei einer kristallplastischen Betrachtungsweise, die die Vorgänge auf den einzelnen Gleitsystemen erfaßt, reicht ein raumfestes, globales Koordinatensystem zur Beschreibung der im Zuge der Verformung stattfindenden Vorgänge nicht aus. Es werden vielmehr die drei folgenden Arten von Koordinatensystemen benötigt:

- das raumfeste, *globale Koordinatensystem* mit den Achsen  $x$ ,  $y$  und  $z$ ,
- die *lokalen Koordinatensysteme* mit den Achsen  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  und  $\hat{z}$  (auch *Kristallkoordinatensysteme* genannt),
- die *Gleitsystem-Koordinatensysteme* mit den Achsen  $m$ ,  $n$  und  $s$ .

Das globale Koordinatensystem liegt dabei so, daß möglichst viele Probenachsen mit den Koordinatenachsen übereinstimmen. In jeden einzelnen Kristalliten wird zusätzlich ein lokales Koordinatensystem gelegt, dessen Achsen mit den Würfelkanten der Elementarzelle des jeweiligen Kristallgitters zusammenfallen. Innerhalb eines jeden Kristalliten werden zur Beschreibung der Abgleitvorgänge auf den Gleitsystemen außerdem Gleitsystem-Koordinatensysteme definiert: Die  $m$ -Achse läuft in Richtung der jeweiligen Gleitrichtung, die  $n$ -Achse in Richtung der Gleitebenennormale und die  $s$ -Achse senkrecht zu den beiden anderen, wobei die Richtungseinheitsvektoren  $\underline{m}^{(S)}$ ,  $\underline{n}^{(S)}$  und  $\underline{s}^{(S)}$  der Achsen in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem bilden. Insgesamt werden bei kubisch-flächenzentrierter Kristallstruktur pro Kristallit zwölf Gleitsystem-Koordinatensysteme benötigt. Abbildung 5.1 zeigt die Lage der verschiedenen Arten von Koordinatensystemen am Beispiel einer kubisch-flächenzentrierten Elementarzelle.

Zur Unterscheidung zwischen globalem, lokalem und Gleitsystem-Koordinatensystem sollen die folgenden Indizierungen gelten:

- Größen in globalen Koordinaten erhalten keinen Index.
- Der Index  $(\hat{\phantom{x}})$  steht für Größen in lokalen Koordinaten.
- Der Index  $(\phantom{x})^{\text{GK}}$  steht für Größen in Gleitsystem-Koordinaten.
- Der Index  $(\phantom{x})^{(S)}$  kennzeichnet eine Größe auf einem bestimmten Gleitsystem  $S$  in Gleitsystem-Koordinaten.



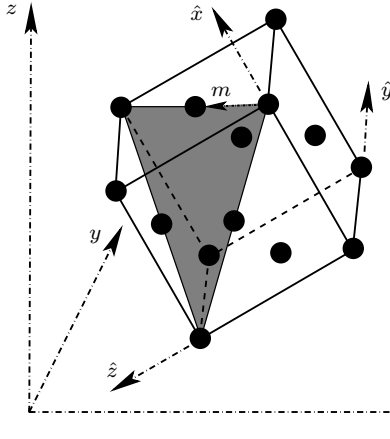


Abbildung 5.1: Lage des globalen, eines lokalen und eines Gleitsystem-Koordinatensystems bei kubisch-flächenzentrierter Gitterstruktur. Die  $n$ - und die  $s$ -Achse des Gleitsystem-Koordinatensystems werden zwecks besserer Übersichtlichkeit nicht dargestellt.

### 5.3.2 Transformationen

#### Transformationen zwischen globalen und lokalen Koordinaten

Die Lage eines der lokalen Koordinatensysteme zum globalen Koordinatensystem wird über die drei *Euler-Winkel*  $\psi$ ,  $\vartheta$  und  $\varphi$  beschrieben. Durch drei nacheinander ausgeführte Drehungen lässt sich das globale in das jeweilige lokale Koordinatensystem transformieren. Unter Verwendung der Euler-Winkel wird die Transformationsmatrix  $\underline{a}$  erstellt, mit der ein beliebiger Vektor  $\underline{x}$  von globalen in lokale Koordinaten überführt werden kann:<sup>1</sup>

$$\hat{\underline{x}} = \underline{a} \underline{x}. \quad (5.3)$$

Eine der Aufgaben der *UMAT*-Routine ist die Bestimmung des globalen Spannungszustands  $\underline{\sigma}$  am Ende eines Inkrements (siehe Abschnitt 5.1). Der zugehörige, in Voigtscher Schreibweise dargestellte Verzerrungszustand  $\underline{\varepsilon}$  ist bekannt.

<sup>1</sup> Vollständige Darstellungen aller in diesem Abschnitt erwähnten Matrizen sowie Erklärungen zu den Euler-Winkeln finden sich in Anhang D. Bei HARDER [39] werden außerdem die Herleitungen der Matrizen erläutert.

Mit der Transformationsmatrix  $\underline{\underline{\Phi}}$ , die sich aus den Komponenten von  $\underline{a}$  zusammensetzt, läßt sich dieser von globalen auf lokale Koordinaten transformieren:

$$\underline{\underline{\hat{\varepsilon}}} = \underline{\underline{\Phi}} \underline{\underline{\varepsilon}}. \quad (5.4)$$

Für die Transformation eines Spannungszustands  $\underline{\sigma}$  von globalen auf lokale Koordinaten dient die Transformationsmatrix  $\underline{\underline{\Psi}}$ , die ebenfalls aus Komponenten von  $\underline{a}$  besteht:

$$\underline{\underline{\hat{\sigma}}} = \underline{\underline{\Psi}} \underline{\underline{\sigma}}. \quad (5.5)$$

Dabei gilt zwischen  $\underline{\underline{\Phi}}$  und  $\underline{\underline{\Psi}}$  der folgende Zusammenhang:

$$\underline{\underline{\Psi}}^{-1} = \underline{\underline{\Phi}}^T. \quad (5.6)$$

### Transformationen zwischen lokalen und Gleitsystem-Koordinaten

Zur Ermittlung der auf den zwölf Gleitsystemen wirkenden Schmid'schen Schubspannungen  $\tau^{(S)}$  muß der lokale Spannungszustand  $\underline{\underline{\hat{\sigma}}}$  auf die einzelnen Gleitsysteme projiziert werden. Dies geschieht mit Hilfe der Matrix  $\underline{\underline{\alpha}}$ :

$$\underline{\underline{\tau}}^{\text{GK}} = \underline{\underline{\alpha}} \underline{\underline{\hat{\sigma}}} \quad (5.7)$$

In Abhängigkeit von dem globalen Spannungszustand  $\underline{\sigma}$  ergibt sich mit Gleichung (5.5)

$$\underline{\underline{\tau}}^{\text{GK}} = \underline{\underline{\alpha}} \underline{\underline{\Psi}} \underline{\underline{\sigma}}, \quad (5.8)$$

wobei der Vektor  $\underline{\underline{\tau}}^{\text{GK}}$  die Schmid'schen Schubspannungen  $\tau^{(S)}$  auf den einzelnen Gleitsystemen enthält:

$$\underline{\underline{\tau}}^{\text{GK}} = (\tau^{(1)}, \tau^{(2)}, \dots, \tau^{(12)})^T.$$

Die zwölf kinematischen Rückspannungen  $\Omega^{(S)}$  beeinflussen nicht nur das jeweilige Gleitsystem  $S$ , auf dem sie entstehen, sondern auch alle anderen Gleitsysteme (vgl. Seite 61). Um die daraus auf den einzelnen Gleitsystemen resultierenden Schubspannungen  $\tau_{\Omega}^{(S)}$  zu bestimmen, werden die kinematischen Rückspannungen  $\Omega^{(S)}$  mit Hilfe der Matrix  $\underline{\underline{\tilde{\alpha}}}$  zunächst in einen lokalen Rückspannungszustand  $\underline{\underline{\hat{\Omega}}}$  überführt:

$$\underline{\underline{\hat{\Omega}}} = \underline{\underline{\tilde{\alpha}}} \underline{\underline{\Omega}}^{\text{GK}}. \quad (5.9)$$

In dem Vektor  $\underline{\underline{\Omega}}^{\text{GK}}$  sind die auf den einzelnen Gleitsystemen wirkenden kinematischen Rückspannungen  $\Omega^{(S)}$  enthalten:

$$\underline{\underline{\Omega}}^{\text{GK}} = (\Omega^{(1)}, \Omega^{(2)}, \dots, \Omega^{(12)})^T.$$

Durch das Projizieren des lokalen Rückspannungszustands  $\hat{\underline{\underline{\sigma}}}$  auf die einzelnen Gleitsysteme mit Hilfe der Matrix  $\underline{\underline{\alpha}}$  (vgl. Gleichung (5.7)) ergibt sich

$$\begin{aligned}\underline{\underline{\tau}}_{\Omega}^{\text{GK}} &= \underline{\underline{\alpha}} \hat{\underline{\underline{\sigma}}} \\ &= \underline{\underline{\alpha}} \underline{\underline{\hat{\sigma}}} \underline{\underline{\Omega}}^{\text{GK}}.\end{aligned}\quad (5.10)$$

Dabei enthält der Vektor  $\underline{\underline{\tau}}_{\Omega}^{\text{GK}}$  die zwölf gesuchten Schubspannungen  $\underline{\underline{\tau}}_{\Omega}^{(S)}$ :

$$\underline{\underline{\tau}}_{\Omega}^{\text{GK}} = (\tau_{\Omega}^{(1)}, \tau_{\Omega}^{(2)}, \dots, \tau_{\Omega}^{(12)})^{\text{T}}.$$

### 5.3.3 Bestimmung des globalen Spannungszustands

Die Bestimmung des globalen Spannungszustands  $\underline{\underline{\sigma}}$  am Ende eines Inkrements erfolgt über die lokale *Gesamtdehnrates*  $\underline{\underline{\hat{\epsilon}}}$ . Diese setzt sich aus einem elastischen und einem plastischen Anteil zusammen:

$$\underline{\underline{\hat{\epsilon}}} = \underline{\underline{\hat{\epsilon}}}^{\text{el}} + \underline{\underline{\hat{\epsilon}}}^{\text{pl}} \quad (5.11)$$

$$= \underline{\underline{\hat{D}}}^{-1} \underline{\underline{\hat{\sigma}}} + \underline{\underline{\hat{\epsilon}}}^{\text{pl}}, \quad (5.12)$$

wobei  $\underline{\underline{\hat{D}}}$  die Elastizitätsmatrix für Einkristalle ist (siehe Gleichung (4.8)).

Die lokale *plastische Dehnrates*  $\underline{\underline{\hat{\epsilon}}}^{\text{pl}}$  ist das Resultat von Abgleitvorgängen auf allen aktiven Gleitsystemen. Sie ergibt sich in lokalen Koordinaten durch die Umrechnung der *Gleitrates*  $\dot{\gamma}^{(S)}$  der einzelnen Gleitsysteme in plastische Dehnrates mit Hilfe der Transformationsmatrix  $\underline{\underline{\alpha}}$ :

$$\underline{\underline{\hat{\epsilon}}}^{\text{pl}} = \underline{\underline{\alpha}}^{\text{T}} \dot{\underline{\underline{\gamma}}}^{\text{GK}}. \quad (5.13)$$

Der Gleitratesvektor  $\dot{\underline{\underline{\gamma}}}^{\text{GK}}$  enthält dabei die Gleitrates auf den zwölf Gleitsystemen:

$$\dot{\underline{\underline{\gamma}}}^{\text{GK}} = (\dot{\gamma}^{(1)}, \dot{\gamma}^{(2)}, \dots, \dot{\gamma}^{(12)})^{\text{T}}.$$

Unter Berücksichtigung der in Abschnitt 5.3.2 dargestellten Transformationsbeziehungen ergibt sich damit für die Gesamtdehnrates in globalen Koordinaten

$$\underline{\underline{\hat{\epsilon}}} = \underline{\underline{\hat{\epsilon}}}^{\text{el}} + \underline{\underline{\hat{\epsilon}}}^{\text{pl}} \quad (5.14)$$

$$\begin{aligned}&= (\underline{\underline{\Psi}}^{-1} \underline{\underline{\hat{D}}} \underline{\underline{\Phi}})^{-1} \underline{\underline{\hat{\sigma}}} + \underline{\underline{\Phi}}^{-1} \underline{\underline{\alpha}}^{\text{T}} \dot{\underline{\underline{\gamma}}}^{\text{GK}} \\ &= \underline{\underline{D}}^{-1} \underline{\underline{\hat{\sigma}}} + \underline{\underline{\Phi}}^{-1} \underline{\underline{\alpha}}^{\text{T}} \dot{\underline{\underline{\gamma}}}^{\text{GK}},\end{aligned}\quad (5.15)$$

wobei die Definition  $\underline{\underline{D}} := (\underline{\underline{\Psi}}^{-1} \hat{\underline{\underline{D}}} \underline{\underline{\Phi}})$  gilt. Durch Auflösen von Gleichung (5.15) nach  $\underline{\dot{\sigma}}$ , der *zeitlichen Änderung des globalen Spannungszustands*  $\underline{\sigma}$ , erhält man

$$\underline{\dot{\sigma}} = \underline{\underline{D}} (\underline{\dot{\varepsilon}} - \underline{\underline{\Phi}}^{-1} \underline{\underline{\alpha}}^T \dot{\gamma}^{\text{GK}}). \quad (5.16)$$

Mit  $\underline{\dot{\sigma}}$  kann dann die Bestimmung des an *ABAQUS* zu übergebenden aktualisierten globalen Spannungszustands  $\underline{\sigma}$  erfolgen.

## 5.4 Die numerische Umsetzung

Bei der Bestimmung der zeitlichen Änderung des globalen Spannungszustands nach Gleichung (5.16) stehen im Zuge der numerischen Umsetzung für die Gleitraten  $\dot{\gamma}^{(S)}$  auf den einzelnen Gleitsystemen sechs *kinetische Gleichungen* zur Auswahl (Modellgleichungen 1 bis 6 in dem Unterprogramm *UMAT*). Im folgenden soll vor allem auf die Modellgleichungen 5 und 6 eingegangen werden, die bei den Simulationsrechnungen im Rahmen dieser Arbeit zum Einsatz kamen. Sie lauten:

**Modellgleichung 5** (nach ESTRIN [21]):

$$\dot{\gamma}^{(S)} = \tilde{a}_5 \left( \frac{|\tau_{\text{eff}}^{(S)}|}{\tau_{\text{krit}}^{(S)}} \right)^{\tilde{b}_5} \text{sign}(\tau_{\text{eff}}^{(S)}). \quad (5.17)$$

**Modellgleichung 6** (nach FROST und ASHBY [24]):

$$\dot{\gamma}^{(S)} = \tilde{a}_6 \left( |\tau_{\text{eff}}^{(S)}| \right)^2 \exp \left[ \tilde{b}_6 \frac{|\tau_{\text{eff}}^{(S)}|}{\tau_{\text{krit}}^{(S)}} \right] \text{sign}(\tau_{\text{eff}}^{(S)}). \quad (5.18)$$

Dabei sind  $\tilde{a}_5$  und  $\tilde{b}_5$  sowie  $\tilde{a}_6$  und  $\tilde{b}_6$  werkstoffabhängige Konstanten. Auf die Bedeutung der *effektiven Schubspannung*  $\tau_{\text{eff}}^{(S)}$  und der *kritischen Schubspannung*  $\tau_{\text{krit}}^{(S)}$  sowie die Bestimmung dieser Größen wird im folgenden genauer eingegangen.

Beide Modelle arbeiten ohne *explizite Fließgrenze*. Eine solche Formulierung kommt der Realität näher als eine kinetische Gleichung mit expliziter Fließgrenze, weil auch schon bei einer effektiven Schubspannung  $\tau_{\text{eff}}^{(S)}$ , die kleiner als die kritische Schubspannung  $\tau_{\text{krit}}^{(S)}$  ist, Abgleitvorgänge auf einem Gleitsystem  $S$  stattfinden (vgl. Abschnitt 4.1). Aus diesem Grund wurden diese Formulierungen bei den Simulationsrechnungen im Rahmen dieser Arbeit eingesetzt.

Die ersten vier Modelle gehen dagegen von einer expliziten Fließgrenze aus. Dies hat den Vorteil, daß bei kleinen Belastungen noch rein elastisch, also mit geringerem numerischen Aufwand, gerechnet werden kann. Plastische Verformung tritt daher in diesen Fällen erst auf, wenn die Bedingung  $|\tau_{\text{eff}}^{(S)}| > \tau_{\text{krit}}^{(S)}$  auf mindestens einem Gleitsystem  $S$  erfüllt ist.

Die effektiv auf dem Gleitsystem  $S$  wirkende Schubspannung  $\tau_{\text{eff}}^{(S)}$  ergibt sich, unabhängig von der Wahl der kinetischen Gleichung, aus der Differenz zwischen der Schmidischen Schubspannung, die aus einer äußeren Spannung resultiert, und den Auswirkungen der kinematischen Rückspannungen aller zwölf Gleitsysteme auf das betrachtete Gleitsystem. Unter Verwendung der Gleichungen (5.7) und (5.10) erhält man

$$\tau_{\text{eff}}^{(S)} = (\underline{\alpha}^{(S)})^T \left( \underline{\underline{\psi}} \underline{\sigma} - \underline{\underline{\tilde{\alpha}}} \underline{\underline{\Omega}}^{\text{GK}} \right). \quad (5.19)$$

Darin ist  $(\underline{\alpha}^{(S)})^T$  die  $S$ -te Zeile der Transformationsmatrix  $\underline{\underline{\alpha}}$ .

Für die kinematischen Rückspannungen  $\Omega^{(S)}$  auf den einzelnen Gleitsystemen, die in dem Vektor  $\underline{\underline{\Omega}}^{\text{GK}}$  in Gleichung (5.19) enthalten sind, lautet die Entwicklungsgleichung

$$\dot{\Omega}^{(S)} = \tilde{c} \dot{\gamma}^{(S)} - \tilde{d} \Omega^{(S)} |\dot{\gamma}^{(S)}|, \quad (5.20)$$

wobei  $\tilde{c}$  und  $\tilde{d}$  werkstoffabhängige Konstanten sind (nach MÉRIC [57]).

Die kritischen Schubspannungen  $\tau_{\text{krit}}^{(S)}$  auf den einzelnen Gleitsystemen ergeben sich in Anlehnung an Gleichung (4.11) zu

$$\tau_{\text{krit}}^{(S)} = \tau_0 + G |b| \sqrt{(\underline{\underline{A}}^{(S)})^T \underline{\underline{\varrho}}^{\text{GK}}}. \quad (5.21)$$

Der Ausdruck  $(\underline{\underline{A}}^{(S)})^T$  bezeichnet dabei die  $S$ -te Zeile der Korrelationsmatrix  $\underline{\underline{A}}$ . Über die Elemente dieser Matrix wird die Stärke der Wechselwirkungen zwischen den Versetzungen verschiedener Gleitsysteme in Abhängigkeit von der geometrischen Lage dieser Gleitsysteme zueinander beschrieben. Die Verfestigungswirkung von Fremdatomen oder Teilchen einer zweiten Phase wird durch den konstanten Summanden  $\tau_0$  erfaßt (nach HEINRICH [44]), wodurch eine Anwendung des Modells auf Legierungen möglich wird.

Für die Beschreibung der in Gleichung (5.21) enthaltenen Entwicklung der

Versetzungsdichten  $\varrho^{(S)}$  auf den einzelnen Gleitsystemen gilt der folgende Zusammenhang, durch den Versetzungsmultiplikations- und Versetzungsannihilationsvorgänge erfasst werden (nach TEODOSIU [91]):

$$\dot{\varrho}^{(S)} = \left( \underbrace{\frac{1}{|\underline{b}|} \tilde{K} \sqrt{(\underline{z}^{(S)})^T \underline{\varrho}^{\text{GK}}}}_{\text{Multiplikation}} - \underbrace{\frac{2y_c}{|\underline{b}|} \varrho^{(S)}}_{\text{Annihilation}} \right) |\dot{\gamma}^{(S)}|. \quad (5.22)$$

Der Vektor  $\underline{\varrho}^{\text{GK}}$  enthält in dieser Entwicklungsgleichung die Versetzungsdichten  $\varrho^{(S)}$  auf den einzelnen Gleitsystemen:

$$\underline{\varrho}^{\text{GK}} = (\varrho^{(1)}, \varrho^{(2)}, \dots, \varrho^{(12)})^T.$$

Des weiteren ist  $\tilde{K}$  eine werkstoffabhängige Konstante und  $(\underline{z}^{(S)})^T$  die  $S$ -te Zeile der Matrix  $\underline{z}$ . Über diese wird berücksichtigt, welche Auswirkungen die Versetzungsdichten der verschiedenen Gleitsysteme in Abhängigkeit von deren geometrischen Lagen zum Gleitsystem  $S$  auf die Versetzungsmultiplikationsvorgänge auf diesem Gleitsystem haben. Für die Versetzungsannihilationsvorgänge ist der kritische Annihilationsabstand  $y_c$  maßgebend (vgl. Seite 55 f.).

Somit ergibt sich an jedem Gaußpunkt ein System von 30 gekoppelten, nicht-linearen Differentialgleichungen:

$$\dot{\underline{\sigma}} = \underline{\dot{\sigma}}(\underline{\sigma}, \underline{\Omega}^{\text{GK}}, \underline{\varrho}^{\text{GK}}), \quad (5.23a)$$

$$\underline{\dot{\Omega}}^{\text{GK}} = \underline{\dot{\Omega}}^{\text{GK}}(\underline{\sigma}, \underline{\Omega}^{\text{GK}}, \underline{\varrho}^{\text{GK}}), \quad (5.23b)$$

$$\underline{\dot{\varrho}}^{\text{GK}} = \underline{\dot{\varrho}}^{\text{GK}}(\underline{\sigma}, \underline{\Omega}^{\text{GK}}, \underline{\varrho}^{\text{GK}}). \quad (5.23c)$$

Die Lösung dieses Gleichungssystems erfolgt iterativ unter Verwendung des Zeitintegrationsverfahrens nach SLOAN [84], wobei ein Inkrement  $\Delta t$  in mehrere Subinkremente  $\Delta \Delta t$  unterteilt wird. Nach jedem Subinkrement wird unter Verwendung von  $\underline{\sigma}$  der jeweilige aktuelle globale Spannungszustand  $\underline{\sigma}$  bestimmt.

Wenn das Werkstoffmodell in FE-Simulationen eingesetzt wird, stellt ein Satz von Elementen mit gleichen Eigenschaften, u. a. gleichen Euler-Winkeln, ein Korn dar. Mehrkristalle werden durch das Zusammensetzen mehrerer Körner modelliert. Dabei liegen an den Korngrenzen feste Knotenkopplungen vor, d. h. Korngrenzengleiten ist nicht möglich (vgl. Seite 67).

Mit diesem Werkstoffmodell ist es möglich, experimentelle Ergebnisse zur plastischen Verformung von Ein- und Mehrkristallen bei geeigneter Wahl der Werkstoffparameter nicht nur qualitativ, sondern auch quantitativ in FE-Rechnungen zu simulieren [39].

## 5.5 Implementierung eines Schädigungsmodells

Mit dem in diesem Kapitel vorgestellten Werkstoffmodell in seiner bisherigen Form können potentielle Anfangsstellen von Schädigungsvorgängen bestimmt werden [39]. Um auch Aussagen über den Verlauf des Schädigungsprozesses bis hin zum Bruch zu ermöglichen, wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Erweiterung des Werkstoffmodells vorgenommen, die im folgenden vorgestellt wird.

Die wichtigste Anforderung an das zu implementierende Schädigungsmodell war, daß es das Einsetzen der Schädigung und die Ausweitung der geschädigten Bereiche anhand der während der FE-Analyse ermittelten Zustandsgrößen simulieren kann. Es soll also im FE-Modell nicht vorgegeben werden, wo Schädigung einsetzt und in welche Richtung sie sich ausbreitet. Vielmehr soll die Bestimmung der betroffenen Elemente und die Simulation ihres Versagens während der FE-Analyse ohne Eingriff von außen erfolgen. Außerdem wurde angestrebt, ein Schädigungsmodell zu verwenden, das dem Benutzer die Möglichkeit bietet, ein eigenes Versagenskriterium zu definieren, in das auch die im Rahmen der *UMAT*-Routine ermittelten Zustandsgrößen eingehen können.

Aufgrund dieser Überlegungen wurde ein Verfahren ausgewählt, das im *ABAQUS*-Handbuch [1] vorgeschlagen wird. Es erfüllt die beiden oben genannten Anforderungen und basiert auf der Grundidee des Löschens von Elementen in den geschädigten Bereichen. In der folgenden Auflistung wird erläutert, welche Voraussetzungen für den Einsatz dieses Verfahrens erfüllt sein müssen und wie seine Funktionsweise ist.

- Die Simulation muß in gleich lange *Steps* unterteilt werden.
- Es muß ein Versagenskriterium, z. B. das Überschreiten eines Spannungs- oder Dehnungsgrenzwerts, definiert werden.
- In jedem Step wird das Element ermittelt, in dem an mindestens einem Integrationspunkt eine vom Benutzer als Versagenskriterium definierte Größe maximal wird.
- Überschreitet dieser Maximalwert einen ebenfalls vom Benutzer vorgegebenen Grenzwert, so wird im folgenden Step der Elastizitätsmodul des betreffenden Elements auf einen sehr kleinen Wert zurückgefahren, aber nicht schlagartig auf diesen kleinen Wert gesetzt. Mit diesem Vorgehen wird das Versagen simuliert, da das Element nach der Verringerung des Elastizitätsmoduls sehr weich ist und nur noch geringe Spannungen übertragen kann. Ein Löschen des Elements oder eine Absenkung des Elastizitätsmoduls auf null ist dagegen aus numerischen Gründen nicht möglich.

- Während des Steps, in dem die Steifigkeit eines Elements verringert wird, findet gleichzeitig die Ermittlung des Elements statt, in dem die ausgewählte Zustandsgröße jetzt maximal ist. Liegt sie am Ende des aktuellen Steps oberhalb des vorgegebenen Grenzwerts, so wird das betreffende Element im folgenden Step ebenfalls *aufgeweicht*.
- Dieses Verfahren wird in den folgenden Steps mit weiteren Elementen fortgesetzt, bis z. B. das Bauteil über einen ganzen Querschnitt versagt hat.
- Da die *aufgeweichten* Elemente häufig sehr stark verformt werden, ist es erforderlich, einen Elementtyp zu wählen, dessen Ansatzfunktionen diese Verformungen zulassen. Elemente mit linearen Ansätzen sind daher für dieses Verfahren zur Schädigungssimulation ungeeignet.

Die Ermittlung der Nummer des Elements, in der die ausgewählte Zustandsgröße ihren größten Wert erreicht, ist bei Simulationen mit Werkstoffmodellen, die bereits im *ABAQUS*-Programmpaket enthalten sind, sehr aufwendig. Bei der Verwendung eines benutzerdefinierten Materialgesetzes in Form einer *UMAT*-Routine werden dagegen die Elementnummern und andere Größen wie Step-Nummer, Inkrement-Nummer usw. von *ABAQUS* an das Unterprogramm *UMAT* übergeben, so daß der Zugriff auf diese Größen vergleichsweise einfach ist.

Als Zustandsgröße, die für das Versagen maßgeblich ist, wurde hier zum einen die *Misessche Vergleichsspannung*

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2] + 3[\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2]} \quad (5.24)$$

(siehe z. B. bei STECK [85]) und zum anderen die *plastische Vergleichsdehnung*

$$\varepsilon_v^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3}[(\varepsilon_x^{pl})^2 + (\varepsilon_y^{pl})^2 + (\varepsilon_z^{pl})^2 + 2((\varepsilon_{xy}^{pl})^2 + (\varepsilon_{xz}^{pl})^2 + (\varepsilon_{yz}^{pl})^2)]} \quad (5.25)$$

(nach RECKLING [69]) verwendet.

Die Misessche Vergleichsspannung wurde als mögliches Versagenskriterium ausgewählt, da sie bei der *Gestaltänderungsenergiehypothese*, die zur Vorhersage des Versagens durch plastisches Fließen angewendet wird [85], als Vergleichswert dient.

Auch die plastische Dehnung ist häufig ein Maß dafür, ob ein Werkstoff versagt hat. So dient sie z. B. zur Festlegung wichtiger Werkstoffkennwerte wie der Streckgrenze (siehe Abschnitt 4.1). Außerdem bilden sich im Zugversuch



Anrisse immer auf Höhe der Einschnürung im Inneren der Probe, wo die größte plastische Dehnung vorliegt [74]. Daher wurde die plastische Vergleichsdehnung hier ebenfalls als ein mögliches Versagenskriterium verwendet.

Welches dieser beiden Versagenskriterien im Zusammenhang mit dem bestehenden kristallplastischen Werkstoffmodell besser für die Simulation von Schädigungsvorgängen geeignet ist, mußte in Simulationsrechnungen überprüft werden. Die Ergebnisse dieser Untersuchung werden in Abschnitt 6.2.3 vorgestellt.

Der Einbau des Schädigungsmodells erfolgte durch die folgenden Erweiterungen der *UMAT*-Routine:

**Maximalwert einer kritischen Zustandsgröße:** Im jeweils letzten Inkrement eines Steps wird die Misesche Vergleichsspannung oder die plastische Vergleichsdehnung an jedem Integrationspunkt im Rahmen des Unterprogramms *UMAT* berechnet und der maximale Wert sowie die Nummer des zugehörigen Elements gespeichert. Dabei wird verhindert, daß eines der Elemente ausgewählt wird, die bereits in einem früheren Step versagt haben.

**Reduzierung der elastischen Moduln:** Wenn im Element mit dem Maximalwert der für das Versagen maßgeblichen Zustandsgröße der vorgegebene Grenzwert überschritten wird, werden im folgenden Step die elastischen Moduln  $\hat{d}_{11}$ ,  $\hat{d}_{12}$  und  $\hat{d}_{44}$  des kubisch-flächenzentrierten Gitters auf einen vom Benutzer definierten minimalen Wert reduziert. Diese Absenkung verläuft linear über die Dauer des Steps, so daß die elastischen Moduln zum Ende des Steps den Minimalwert erreicht haben (siehe Abbildung 5.2).

Im Zuge dieser Erweiterung mußten außerdem die elastischen Moduln von Konstanten in Zustandsgrößen (*State Dependent Variables*, *SDV*) umgewandelt werden, damit ihre Reduzierung im Versagensfall möglich wird. Auch die Einführung neuer Variablen und Materialparameter wurde erforderlich. Im Eingabedatensatz macht sich dies durch fünf neue Modellparameter bemerkbar, die der Steuerung des Schädigungsmechanismus dienen (siehe auch Abbildung 5.2):

- **schart:** Wahl des Versagenskriteriums (0 – keine Schädigung, 1 – Misesche Vergleichsspannung, 2 – plastische Vergleichsdehnung),
- **schgre:** maximal zulässige Misesche Vergleichsspannung (in MPa) bzw. maximal zulässige plastische Vergleichsdehnung (dimensionslos), je nach mit **schart** ausgewähltem Versagenskriterium,

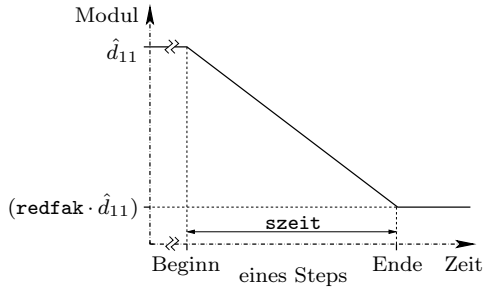


Abbildung 5.2: Lineare Reduzierung der elastischen Moduln in einem Element im Falle des Versagens am Beispiel von  $\hat{d}_{11}$ .

- **szeit**: Dauer der Steps (in Sekunden),
- **redfak**: dimensionsloser Reduzierungsfaktor der elastischen Moduln, z. B. **redfak** = 0,001 für eine Reduzierung der elastischen Moduln auf ein Tausendstel ihres Anfangswerts,
- **maxinl**: maximal zulässige Inkrementlänge (in Sekunden).

Damit das Verfahren wie oben beschrieben ablaufen kann, ist es erforderlich, daß alle Steps die gleiche Länge haben und dieser Wert mit **szeit** übereinstimmt. Auch die maximal zulässige Inkrementlänge muß in allen Steps gleich und mit **maxinl** identisch sein, damit gewährleistet wird, daß die Bestimmung des Elements mit dem Maximalwert der für das Versagen maßgeblichen Zustandsgröße nur im letzten Inkrement eines Steps stattfindet.

Abschließend sei noch darauf hingewiesen, daß es mit geringem Aufwand möglich ist, das Versagenskriterium zu ändern. Da in der *UMAT*-Routine auf alle Zustandsgrößen zugegriffen werden kann, können mit deren Hilfe beliebige Vergleichswerte definiert und berechnet werden. Es sind auch verschiedene Versagensbedingungen innerhalb eines Eingabedatensatzes möglich. So kann beispielsweise Elementen, die Teil eines duktilen Korns sind, eine Versagensbedingung über die Misessche Vergleichsspannung zugeordnet werden, während Elemente, die harte, spröde Einschlüsse darstellen, auf Versagen gemäß der Normalspannungshypothese untersucht werden. Die Voraussetzung hierfür ist allerdings, daß alle betrachteten Phasen einen kubisch-flächenzentrierten Gitteraufbau haben. Für Phasen, bei denen dies nicht der Fall ist, muß die Programmierung eines zusätzlichen Schädigungsmodells außerhalb der *UMAT*-Routine erfolgen.

## 6 Finite-Elemente-Simulationen

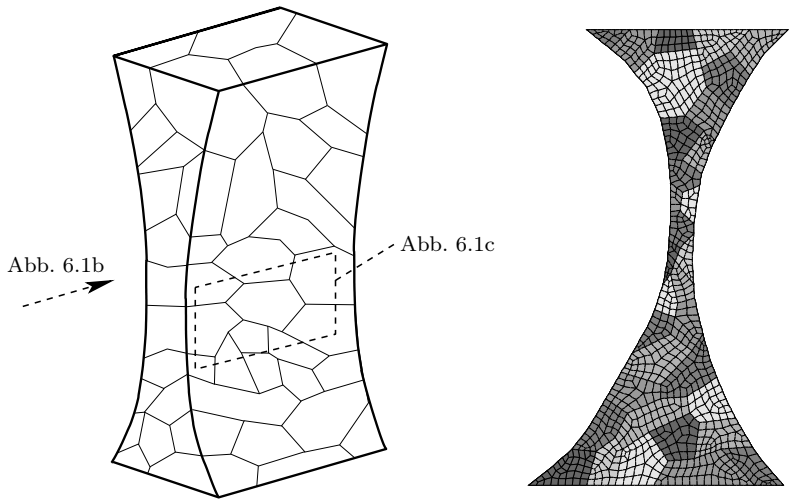
Mit den im folgenden vorgestellten FE-Simulationen wurde untersucht, welchen Einfluß die Mikrostruktur des Zellwandmaterials auf die Festigkeitseigenschaften von Metallschäumen hat. Dabei kam das in Kapitel 5 vorgestellte kristallplastische Werkstoffmodell zum Einsatz. Die Untersuchungen konzentrierten sich zunächst darauf, ob aufgrund der oft sehr dünnen Zellwände mit einer Dicke von teilweise nur einem Korn tatsächlich eine starke Abhängigkeit der Zellwandeigenschaften von der Mikrostruktur vorliegt. Zu diesem Zweck wurden die Modelle einzelner Zellwände mit verschiedenen Mikrostrukturen analysiert. Anschließend erfolgte die Betrachtung der Einflüsse der verschiedenen Gefügebestandteile. Dazu wurden Gefügausschnitte aus Zellwänden detailliert modelliert. Bei den Zellwandmodellen wurde außerdem versucht, mit Hilfe des in Abschnitt 5.5 erläuterten Schädigungsmodells darzustellen, wie die Mikrostruktur die Entstehung und das Wachstum von Rissen beeinflusst.

Zunächst sollen aber die wichtigsten Rahmenbedingungen der Simulationsrechnungen, wie z. B. Modellarten, Netzaufbau, verwendete Elementtypen, Randbedingungen, und die Anpassung der Modellparameter an das Verhalten von Aluminium vorgestellt werden.

### 6.1 Rahmenbedingungen

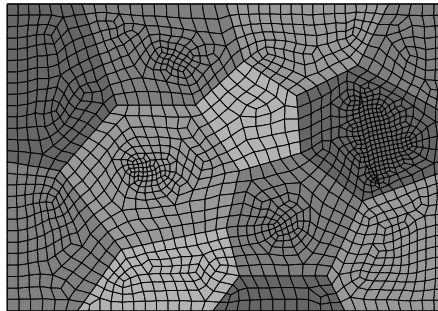
#### 6.1.1 Modellarten

Für die mikrostrukturellen Simulationen wurden, wie bereits erwähnt, zwei verschiedene Arten von Modellen aufgebaut: Zellwand- und Gefügausschnittsmodelle. Abbildung 6.1 zeigt Beispiele für die beiden Modellarten sowie deren Lage in einer Zellwand. Die meisten Modelle haben die folgenden charakteristischen Eigenschaften:



a: Lage der Modelle.

b: Zellwandmodell.



c: Gefügausschnittsmodell.

Abbildung 6.1: Prinzipielle Darstellung der verschiedenen Modellarten mit den Kornstrukturen am Beispiel einer Zellwand.

- Korngrenzen werden durch feste Knotenkopplungen dargestellt. Da die Simulationen für den Tieftemperaturbereich gelten sollen, in dem die Korngrenzen fester als die Kornmitten sind, kommt diese Zwangsbedingung der Realität nahe.
- Die Orientierungen der Körner, die über die Euler-Winkel (siehe Abschnitt 5.3 und Anhang D) erfaßt werden, werden zufällig gewählt, da in Texturuntersuchungen an verschiedenen Metallschäumen keine Vorzugsrichtung der Orientierung nachgewiesen werden konnte [62].
- Alle Körner haben, von den Orientierungen abgesehen, im Ausgangszustand die gleichen Eigenschaften.
- Die Modelle erstrecken sich jeweils nur ein Element senkrecht zur Darstellungsebene, d. h. es liegen in den Modellen nicht mehrere Körner übereinander. Bei den Zellwandmodellen ist dies eine vereinfachende Annahme, da durch Vernachlässigung der dritten Dimension Effekte wie erschwerte Kompatibilität der Verformungen an Tripelpunkten nicht vollständig berücksichtigt werden. Diese Vereinfachung wurde aber akzeptiert, da die Zellwandmodelle nur qualitative Aussagen treffen sollten, ob verschiedene Mikrostrukturen das Verhalten einer Zellwand entscheidend beeinflussen. Bei den Gefügeausschnittsmodellen liegt dagegen keine Vereinfachung vor, da die Zellwände in dem Bereich, der in diesen Modellen dargestellt wird, häufig wirklich nur eine Dicke von einem Korn aufweisen (siehe Abschnitt 3.3.1). Aufgrund dieser Eigenschaft der Schaumwände war es sinnvoll, das in Kapitel 5 beschriebene Werkstoffmodell einzusetzen, da es bisher nur an dünnen Schichten, d. h. an Proben mit in Dickenrichtung durchgehenden Körnern, verifiziert werden konnte [39].<sup>1</sup>

Wird im folgenden bei einzelnen Modellen von diesen Annahmen abgewichen, z. B. bei der Simulation von Einschlüssen, so wird gesondert darauf hingewiesen.

### 6.1.2 Erstellung und Analyse von FE-Modellen

Die Simulationsrechnungen wurden unter Verwendung des FE-Programmpakets *ABAQUS/Standard*, Version 5.8, durchgeführt. Zur Erstellung der FE-

---

<sup>1</sup> Die Verifizierung des Modells an dreidimensionalen Gefügestrukturen scheiterte bisher an der Schwierigkeit, Verformungen von Körnern zu messen, die an allen Seiten von anderen Körnern umgeben sind. Bei Versuchen an dünnen Proben mit nur einem Korn in Dickenrichtung lassen sich dagegen Dehnungsfelder mit optischen Feldmeßverfahren, z. B. *aramis* der Firma gom (siehe Abschnitt 3.1.2), ermitteln.

Netze für diese Simulationen wurde der Präprozessor *MSC PATRAN* verwendet. Bei der Wahl der Elementgrößen fand eine Abwägung zwischen numerischem Aufwand und erforderlicher Genauigkeit statt. Daher wurden bei gleicher Grundstruktur meist zwei oder mehr Netze erstellt: Zunächst erfolgte für eine bestimmte Struktur die Erstellung eines relativ groben Netzes zur Abschätzung der entstehenden Spannungs- und Dehnungsfelder. Für weitere Simulationen wurde die gleiche Struktur erneut vernetzt, wobei die Bereiche, in denen Spannungs- oder Dehnungskonzentrationen auftraten, mit kleineren Elementen versehen wurden.

Der verwendete Elementtyp trägt in der *ABAQUS/Standard*-Elementbibliothek die Bezeichnung *C3D20*. Hierbei handelt es sich um ein Quaderelement mit 20 Knoten (8 an den Ecken, 12 in den Kantenmitten), 27 Integrationspunkten und quadratischen Ansatzfunktionen. Dieser Elementtyp liefert eine große Genauigkeit und ist daher gut für die hier durchgeführten aufwendigen Analysen geeignet. Der große numerische Aufwand bei diesem Elementtyp, der sich insbesondere in langen Rechenzeiten und großen Datenmengen auswirkt, wurde zugunsten der Genauigkeit in Kauf genommen. Außerdem ist dieser Elementtyp aufgrund seiner quadratischen Ansatzfunktionen gut für die Simulation der großen Verformungen geeignet, die bei Verwendung des in Abschnitt 5.5 vorgestellten Schädigungsmodells in den geschädigten Modellbereichen auftreten können.

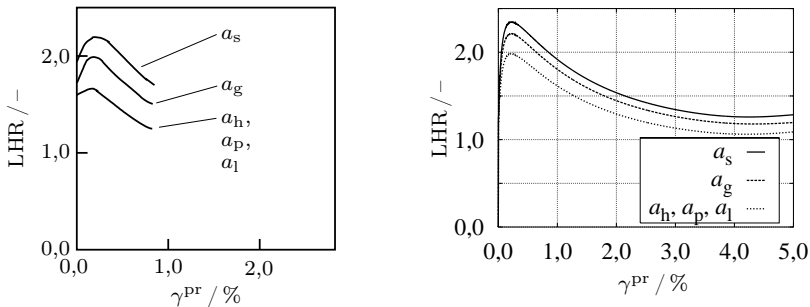
Bei beiden Modellarten wurden die Randbedingungen so gewählt, daß Verschiebungen oder Rotationen der unverformten Modelle ausgeschlossen, Querkontraktionen aber möglich sind. Die Belastung der Modelle erfolgte durch die vorgegebene Verschiebung von Randknoten. Dabei wurden die zu verschiebenden Knoten seitlich geführt. Durch diese Zwangsbedingung entsteht eine statisch überbestimmte Lagerung der Modelle. Allerdings entsprechen die Verhältnisse in den Modellen unter diesen Voraussetzungen in ausreichender Entfernung vom Rand mit den Lagerstellen bzw. Lastknoten weitgehend denen im Prüfbereich einer Zugprobe.

Im Gegensatz zu einer kraftgesteuerten Simulation hat die verschiebungsgesteuerte Vorgehensweise den Vorteil, daß es beim eventuell möglichen Auftreten von Instabilitäten, z. B. als Folge einer Einschnürung der Probe (siehe Abbildung 4.1), zu keinem Zusammenbruch der Simulation kommt. Allerdings schränkt diese Methode die Verformungsmöglichkeiten ein, da die Form des Rands über die Verschiebungsrandbedingungen vorgegeben wird. Dieser Nachteil wurde aber zugunsten der numerischen Stabilität in Kauf genommen.

### 6.1.3 Parameteranpassung

Das Werkstoffmodell enthält 18 werkstoffabhängige Parameter. Da es bisher nur für Simulationsrechnungen an Kupfer [39, 76] verwendet wurde, mußte eine Anpassung dieser Parameter für Aluminium erfolgen. Einige der Parameter, z. B. die elastischen Moduln eines einzelnen Kristalls, konnten dabei Tabellen entnommen werden. Für die übrigen Parameter lagen häufig nur Vermutungen über ihre Größenordnung als Startwerte vor. Sie wurden so angepaßt, daß das Werkstoffmodell experimentell ermittelte Zusammenhänge für Aluminium, wie z. B. Spannungs-Dehnungs-Kurven, Versetzungsdichteentwicklungen und LHR-Verläufe, wiedergibt. Dies geschah unter Verwendung eines im Rahmen einer Studienarbeit [59] entwickelten Programms, das es ermöglicht, auch ohne den Aufwand einer FE-Analyse einen einachsigen Zugversuch unter Verwendung des mikrostrukturellen Werkstoffmodells zu simulieren. Einige Ergebnisse dieser Parameteranpassung sind in den Abbildungen 6.2 bis 6.4 dargestellt.

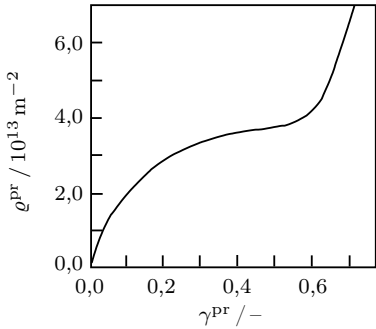
Besonders aussagekräftig sind die LHR-Verläufe (Abbildung 6.2), die sehr gut mit den experimentell ermittelten Ergebnissen übereinstimmen.



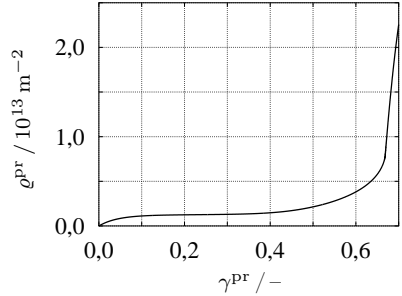
a: Meßwerte (nach FRANCIOSI [23]).

b: Simulation.

Abbildung 6.2: LHR-Verläufe für Aluminium in Abhängigkeit von der Abgleitung auf dem Primärsystem  $\gamma^{\text{Pr}}$ . Die Bezeichnungen  $a_s$ ,  $a_g$ ,  $a_h$ ,  $a_p$  und  $a_l$  stehen für die verschiedenen Gleitsystemgruppen [23, 39]. Die unterschiedlichen Verläufe ergeben sich, weil die Versetzungen auf den Gleitsystemen der einzelnen Gruppen mit den Versetzungen des Primärgleitsystems unterschiedlich starke Wechselwirkungen eingehen.



a: Meßwerte an Kupfer (nach ESSMANN [20]).



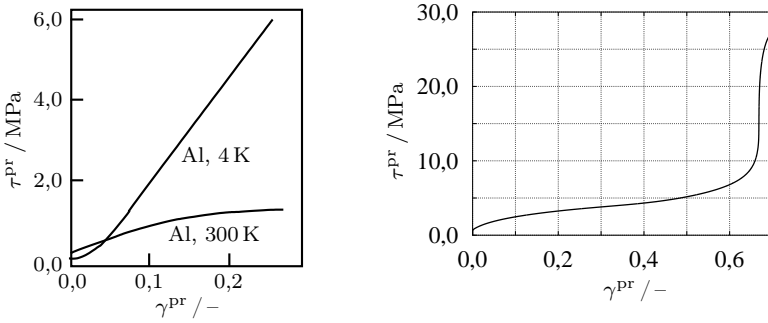
b: Simulation für Aluminium.

Abbildung 6.3: Verläufe der Versetzungsdichte auf dem Primärsystem  $\varrho^{\text{pr}}$  in Abhängigkeit von der Abgleitung auf dem Primärsystem  $\gamma^{\text{pr}}$ .

Für die Versetzungsdichteentwicklung wurde der bei der Sitzung des Arbeitskreises *Quantitative Gefügebestimmung* des DFG-Schwerpunktprogramms 1075 am 29. und 30.03. 2000 in Freiberg [62] genannte Wert von  $\varrho_0 = 10^{11} \text{ m}^{-2}$  als Anfangsversetzungsdichte im unverformten Zustand verwendet. Zu diesem Startwert passende Experimente liegen nicht vor. Daher ist ein Vergleich der Versetzungsdichteentwicklung auf dem Primärsystem mit experimentellen Ergebnissen nur qualitativ möglich. Der simulierte Verlauf weist aber die charakteristischen Merkmale (starker Anstieg zu Beginn, dann Annäherung an einen Grenzwert) einer Versetzungsdichteentwicklung auf einem Primärsystem auf.

Der Zusammenhang zwischen der Schubspannung auf dem Primärgleitsystem  $\tau^{\text{pr}}$  und der Abgleitung auf dem Primärgleitsystem  $\gamma^{\text{pr}}$ , der sich bei einem Zugversuch mit einem Einkristall ergibt, hängt von der jeweiligen Orientierung des verwendeten Kristalls ab, über die nicht immer Angaben gemacht werden. Die simulierte Kurve nimmt Werte an, deren Größenordnung experimentellen Ergebnissen entspricht (siehe Abbildung 6.4) und gibt den Bereich I einer Einkristall-Fließkurve für kubisch-flächenzentrierte Metalle sehr gut wieder. Da ein Abgleich der Orientierungen nicht erfolgen konnte, ist allerdings auch dieser Vergleich, wie bei der Versetzungsdichteentwicklung, rein qualitativ.





a: Meßwerte (nach COTTRELL [14]).

b: Simulation.

Abbildung 6.4: Verläufe der Schubspannung auf dem Primärsystem  $\tau^{\text{pr}}$  für Aluminium in Abhängigkeit von der Ableitung auf dem Primärsystem  $\gamma^{\text{pr}}$  bei Einkristallen.

Tabelle 6.1 zeigt schließlich alle Parameter, die den in den Abbildungen 6.2 bis 6.4 enthaltenen Verläufen zugrunde liegen und die für alle FE-Analysen im Rahmen dieser Arbeit verwendet wurden. Dabei gelten die werkstoffabhängigen Konstanten  $\tilde{a}_5$  und  $\tilde{b}_5$  aus der kinetischen Gleichung für ein Potenzgesetz gemäß Gleichung (5.17). Dieses weist bei geeigneter Parameterwahl die gleichen Eigenschaften wie das Exponentialgesetz auf (vgl. Gleichung (5.18)), ist aber beim Auftreten von numerischen Instabilitäten wesentlich robuster. Bei den Parametern  $\tilde{K}$  und  $y_c$  wurde versucht, im Rahmen der physikalisch sinnvollen Bereiche zu bleiben (siehe z. B. bei HARDER [39]).

Auffällig ist, daß der Legierungseinfluß  $\tau_0$  zu null gesetzt wurde, obwohl Simulationen von Metallschäumen aus Aluminium-Legierungen erfolgten. Leider war es nicht möglich, für die Parameteranpassung Experimente mit entsprechenden Aluminium-Mischkristallen durchzuführen, so daß die Parameteranpassung auf reines Aluminium beschränkt bleiben mußte. Dadurch haben die Ergebnisse aller im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationsrechnungen nur qualitativen Wert. Quantitative Aussagen wären erst nach Abgleich der Simulationsrechnungen mit Experimenten möglich. Denkbar wäre hier die Modellierung von Gefügeausschnitten, die in realen Schaumproben vorliegen. Anschließend könnte das Verformungsfeld dieses Gefügeausschnitts in einem Versuch mit Hilfe der optischen Feldmeßtechnik (vgl. Abschnitt 3.1.2) ermittelt

Tabelle 6.1: Für die FE-Simulationen verwendeter Parametersatz.

Parameter	Wert
$\hat{d}_{11}$	108 200 MPa
$\hat{d}_{12}$	61 300 MPa
$\hat{d}_{44}$	28 500 MPa
$\tilde{a}_5$	$0,001 \text{ s}^{-1}$
$\tilde{b}_5$	12,0
$\tilde{c}$	12,0 MPa
$\tilde{d}$	3,5
$\tilde{K}$	23,39
$y_c$	3,2844 nm
$a_s$	0,34
$a_g$	0,30
$a_h, a_p, a_l$	0,24
$a_e$	0,03
$ \underline{b} $	0,28637 nm
$\varrho_0$	$10^{11} \text{ m}^{-2}$
$\tau_0$	0,0 MPa

werden. Die im Experiment gemessenen Verschiebungen am Rand des simulierten Ausschnitts würden dann als Randbedingungen in die zugehörige Simulation einfließen, so daß eine gute Vergleichsmöglichkeit zwischen Simulation und Experiment bestünde. Das bereits erwähnte Meßsystem *aramis* der Firma gom ist in der Lage, die für diese Vorgehensweise nötigen Größen zu messen. Leider konnte die im Rahmen des Projekts geplante Anschaffung des Systems aus finanziellen Gründen nicht erfolgen. Somit mußte die experimentelle Verifikation der Simulationen, die vermutlich eine weitere Parameteranpassung erforderlich machen würde, entfallen. Die hier vorgestellte Parameteranpassung kann daher nur gewährleisten, daß sich die Simulationsrechnungen in den richtigen Größenordnungen bewegen.

## 6.2 Simulationsrechnungen an Zellwandmodellen

### 6.2.1 Allgemeines

Aufgrund von experimentellen Ergebnissen, z. B. von SUGIMURA [88, 89], wird i. a. davon ausgegangen, daß bei Metallschäumen die Zellwände die Träger der Verformung sind und Risse bevorzugt in der Mitte von Zellwänden verlaufen, während sich die Knoten nahezu starr verhalten. Wenn diese Annahmen zutreffen, genügt es, zur Untersuchung des Einflusses der Mikrostruktur auf die Festigkeitseigenschaften von Metallschäumen nur Gefügausschnitte aus dem Bereich der Zellwandmitte zu modellieren (siehe Abbildung 6.1c).

Bevor zur Simulation solcher Gefügausschnitte übergegangen werden konnte, mußte aber zunächst untersucht werden, ob sich in Simulationen auch bei Einsatz des kristallplastischen Werkstoffmodells die Verformung tatsächlich auf die Zellwandmitten konzentriert und ob das Verhalten der Zellwände eine Abhängigkeit von der Mikrostruktur aufweist. Zu diesem Zweck wurden Modelle einzelner Zellwände (siehe Abbildung 6.1b) erstellt. Die äußere Kontur dieser Modelle ist reellen, bei metallographischen Untersuchungen von Schäumen beobachteten Zellwandformen nachempfunden. Die Modelle wurden, wie bereits erwähnt, so gelagert, daß Querdehnungen nicht blockiert werden. Anschließend wurde durch Verschiebung der Modellseite, die der Einspannung gegenüber liegt, eine Zugdehnung aufgebracht. Abbildung 6.5 zeigt eines der Zellwandmodelle mit Abmessungen und Randbedingungen. An dem Modell fällt auf, daß die Vernetzung in der Zellwandmitte sehr fein und im Bereich der Zellwandknoten gröber ist. Schon bei ersten Simulationen mit einheitlicher, grober Vernetzung, auf die hier nicht gesondert eingegangen werden soll, zeigte sich, daß sich vor allem die Zellwandmitten verformen, während die Knotenbereiche nahezu unverformt bleiben (siehe Abbildung 6.5b). Damit war bereits eine der oben genannten Voraussetzungen für den Übergang zur Simulation von Gefügausschnitten aus den Zellwandmitten erfüllt. Aufgrund dieses Ergebnisses wurde die Vernetzung in der Zellwandmitte aller Modelle verfeinert, um die hier zu erwartenden starken Gradienten in den Zustandsgrößen genauer erfassen zu können. Gleichzeitig wurde die Vernetzung in den übrigen Bereichen etwas vergrößert, um den numerischen Aufwand durch die Netzverfeinerung nicht zu sehr zu erhöhen. Die Darstellung der Ergebnisse beschränkt sich im folgenden, ähnlich den Ausschnittsvergrößerungen der Modelle in den Abbildungen 6.6 und 6.7, auf den fein vernetzten Bereich der Zellwandmitten.

Während die äußere Kontur bei allen Zellwandmodellen gleich ist, wurde der innere Aufbau, d. h. die Mikrostruktur, variiert. Dadurch entstanden die

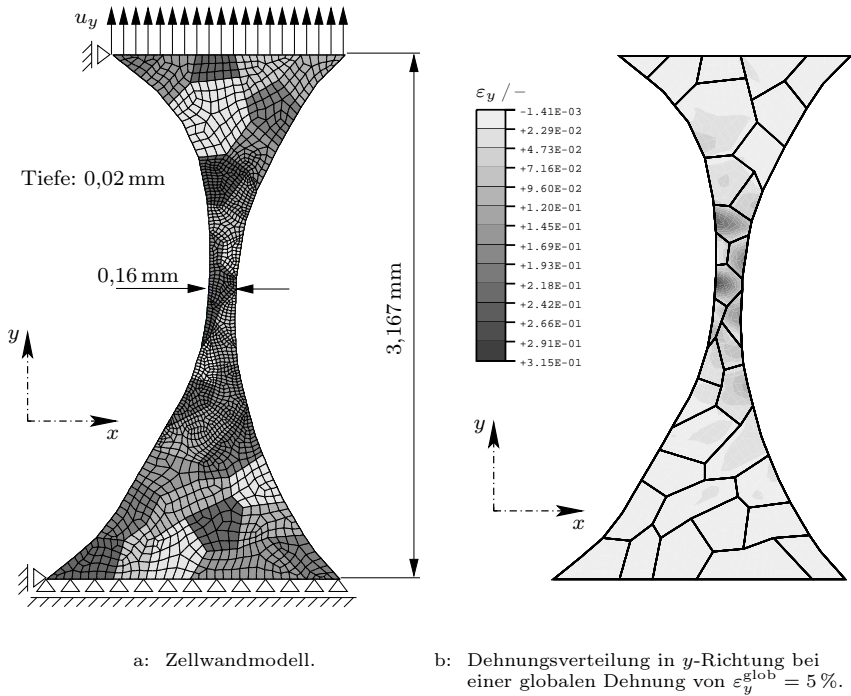


Abbildung 6.5: Abmessungen, Randbedingungen und Vernetzung bei den Zellwandmodellen. Die in Abbildung 6.5a dargestellte Netzverfeinerung in der Zellwandmitte wurde aufgrund der ermittelten Dehnungsverteilung im Zugversuch (siehe Abbildung 6.5b) vorgenommen.

folgenden vier Typen von Zellwandmodellen:

- Modelle, die minimal ein Korn in Dickenrichtung der Zellwand aufweisen (siehe Abbildung 6.6a).
- Modelle, die minimal ein Korn in Dickenrichtung der Zellwand sowie Mikroporen und Risse aufweisen (siehe Abbildung 6.6b).

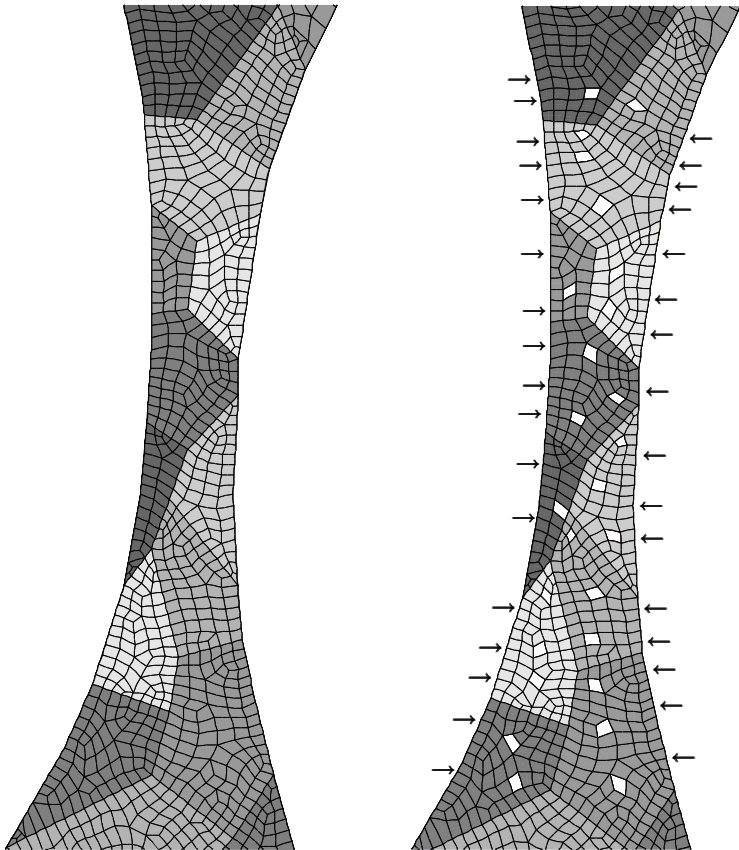
- Modelle, die mindestens drei Körner in Dickenrichtung der Zellwand aufweisen (siehe Abbildung 6.7a).
- Modelle, die mindestens drei Körner in Dickenrichtung der Zellwand sowie Mikroporen und Risse aufweisen (siehe Abbildung 6.7b).

Die Modelle, die an einigen Stellen nur ein Korn in Dickenrichtung aufweisen, werden im folgenden als *grobkörnig* und die Modelle, die mindestens drei Körner in Dickenrichtung aufweisen, als *feinkörnig* bezeichnet. Für die Simulation der Risse an den Zellwandrändern wurden die Knotenkopplungen zwischen jeweils zwei Elementen an verschiedenen Stellen aufgetrennt. Die Simulation der Mikroporen erfolgte durch die Entfernung einzelner Elemente.

Außer den Mikroporen und den Rissen, die bei mikroskopischen Untersuchungen nachgewiesen werden konnten (siehe Abschnitt 3.3), wurden bei den Zellwandmodellen keine weiteren Mikrostrukturelemente berücksichtigt. Eine detaillierte Modellierung wäre zwar möglich gewesen, hätte aber eine noch feinere Vernetzung erfordert, was zu einer starken Vergrößerung der bereits sehr großen anfallenden Datenmengen geführt hätte. Daher wurden Einschlüsse, Eutektika usw. erst bei den Simulationen an Gefügeausschnitten einbezogen und bei den Zellwandmodellen, die nur zum grundsätzlichen Nachweis des Mikrostruktureinflusses dienten, vernachlässigt.

### 6.2.2 Zugversuche

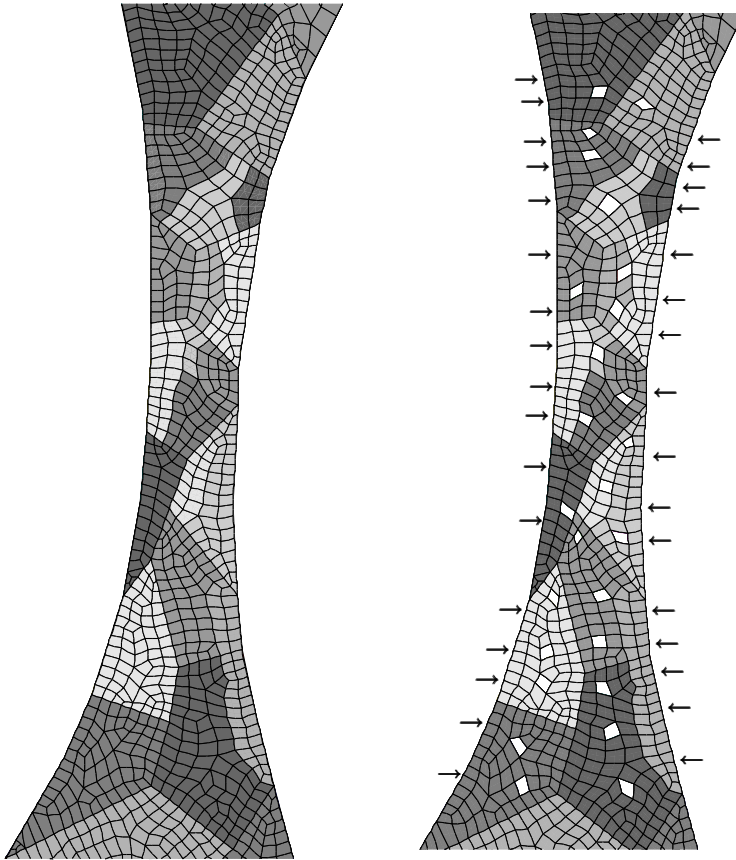
Bei der Simulation von Zugversuchen wurden die vier verschiedenen Zellwandmodelltypen (siehe Abbildungen 6.6 und 6.7) verschiebungsgesteuert mit einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_y^{\text{glob}} = 1\%$  beaufschlagt. Dabei galten bei allen Simulationen die in Abbildung 6.5a dargestellten Randbedingungen. Zur Ermittlung der technischen Spannungs-Dehnungs-Verläufe wurden die in  $y$ -Richtung wirkenden Auflagerkräfte auf die Querschnittsfläche an der schmalsten Stelle der Modelle bezogen (siehe Abschnitt 4.1). Für jeden Zellwandmodelltyp wurden mehrere Simulationen durchgeführt. Bei diesen fand eine Variation der Orientierungen der feiner vernetzten Körner im Bereich der Zellwandmitte (siehe Abbildung 6.5a) statt. Die Wahl der Orientierungen erfolgte nach dem Zufallsprinzip. Um die Ergebnisse besser vergleichen zu können, kam eine Kombination von Orientierungen jeweils bei allen vier Zellwandmodelltypen zum Einsatz. Da die feinkörnigen Modelle aus mehr Körnern bestehen als die grobkörnigen, wurden bei letzteren die jeweils überzähligen Orientierungen der feinkörnigen Modelle nicht berücksichtigt.



a: Ohne Poren und Risse.

b: Mit Poren und Rissen.

Abbildung 6.6: Grobkörnige Zellwandmodelle (Ausschnittsvergrößerungen der fein vernetzten Bereiche der Zellwandmitten, siehe Abbildung 6.5a). Die Pfeile kennzeichnen bei dem Modell mit Poren und Rissen, wo die Knoten zwischen zwei Elementen am Rand zur Modellierung von Rissen aufgetrennt wurden.



a: Ohne Poren und Risse.

b: Mit Poren und Rissen.

Abbildung 6.7: Feinkörnige Zellwandmodelle (Ausschnittsvergrößerungen der fein vernetzten Bereiche der Zellwandmitten, siehe Abbildung 6.5a). Die Pfeile kennzeichnen bei dem Modell mit Poren und Rissen, wo die Knoten zwischen zwei Elementen am Rand zur Modellierung von Rissen aufgetrennt wurden.

Die technischen Spannungs-Dehnungs-Kurven, die aus diesen Simulationen resultierten, weisen eine starke Abhängigkeit von den Orientierungen der Körner auf. In den Abbildungen 6.8 und 6.9 ist zu erkennen, daß sich bei allen vier Modelltypen infolge der Variation der Kornorientierungen jeweils eine Bandbreite von Verläufen ergab. Eine solche Abhängigkeit ist aufgrund der Eigenschaften des Werkstoffmodells zu erwarten gewesen und konnte auch bei anderen Simulationen bereits nachgewiesen werden [39, 76]. Da die Orientierung der Kristalle in Metallschäumen beim Herstellungsprozeß nicht beeinflußt werden kann und in Metallschäumen keine Vorzugsorientierungen nachgewiesen werden konnten (siehe Abschnitt 6.1.1), soll hier aber nicht auf die Orientierungen im einzelnen eingegangen werden.

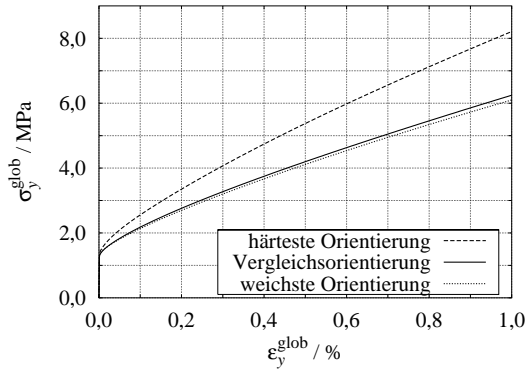
Besonders auffällig bei den in den Abbildungen 6.8 und 6.9 dargestellten technischen Spannungs-Dehnungs-Verläufen ist, daß die Bandbreite bei den grobkörnigen Modellen bedeutend größer ist als bei den feinkörnigen. Dieser Unterschied ergibt sich, da bei den grobkörnigen Modellen die Verformung überwiegend von einem oder mehreren der sich über die gesamte Zellwanddicke erstreckenden Körner getragen wird, was sich z. B. in der Verteilung der plastischen Vergleichsdehnung zeigt (siehe Abbildung 6.10a). Dadurch wirken sich die anisotropen Eigenschaften eines Einkristalls stark auf das Spannungs-Dehnungs-Verhalten des Gesamtmodells aus, was zu der großen Bandbreite der Ergebnisse führt. Ein Sonderfall ergibt sich, wenn bei dem grobkörnigen Modell alle Körner mit für Gleitvorgängen ungünstigen Orientierungen versehen werden, mit Ausnahme eines der durchgehenden Körner, das sehr günstig für das Gleiten orientiert wird. In diesem Fall weist das Modell ein Verhalten auf, das dem eines Einkristalls nahekommt. Die Verformung ist fast ausschließlich auf das eine günstig orientierte Korn konzentriert (siehe Abbildung 6.11a). Des weiteren ähnelt die Spannungs-Dehnungs-Kurve, wenn man eine globale Dehnung von bis zu  $\varepsilon_y^{\text{glob}} = 30\%$  aufbringt, dem Verlauf, der sich bei einem Einkristall ergeben würde (siehe Abbildung 6.11b).<sup>2</sup> Allerdings muß einschränkend erwähnt werden, daß sich dieses einkristallartige Verhalten nur ergeben kann, weil die Modelle senkrecht zur Darstellungsebene sehr dünn sind und sich in dieser Richtung keine weiteren Körner befinden.

Die geringere Bandbreite der Ergebnisse bei den feinkörnigen Modellen ist darauf zurückzuführen, daß die anisotropen Eigenschaften des einzelnen Korns durch die größere Anzahl von Körnern in Dickenrichtung weniger starke Auswirkungen auf das Verhalten des Gesamtmodells haben. Daher sind auch die Ver-

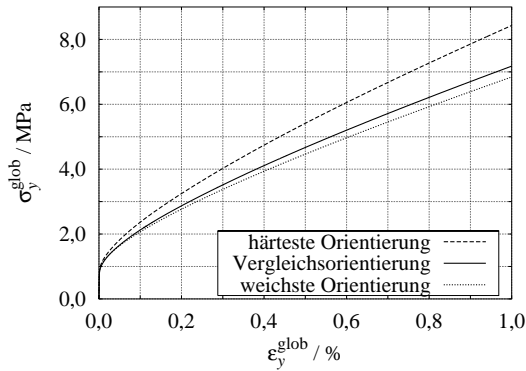
---

<sup>2</sup> Zum Vergleich können die Schubspannungs-Abgleichungs-Kurven aus Abbildung 4.16 auf Seite 58 dienen, die einen qualitativ ähnlichen Verlauf wie die Spannungs-Dehnungs-Kurven von Einkristallen aufweisen.



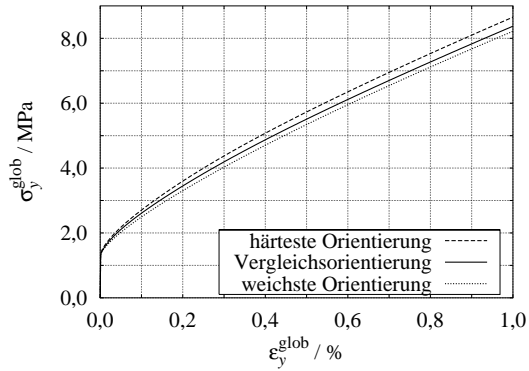


a: Ohne Poren und Risse.

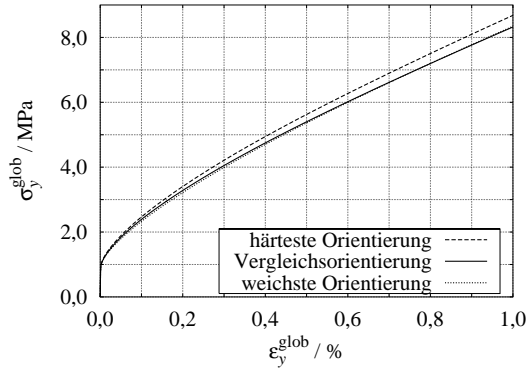


b: Mit Poren und Rissen.

Abbildung 6.8: Bandbreite der technischen Spannungs-Dehnungs-Verläufe im Zugversuch an grobkörnigen Modellen aufgrund verschiedener Orientierungen. Mit *Vergleichsorientierung* wird die Kombination an Orientierungen bezeichnet, die bei allen vier Zellwandmodelltypen für weitere, im folgenden vorgestellte Simulationen verwendet wurde.

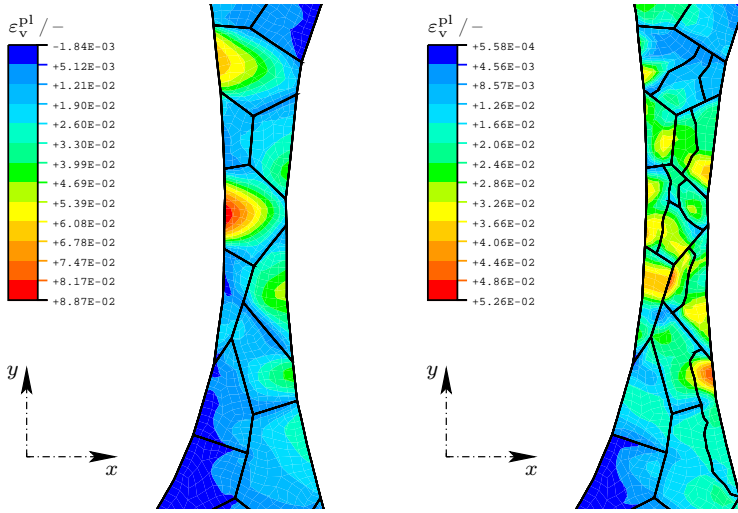


a: Ohne Poren und Risse.



b: Mit Poren und Rissen.

Abbildung 6.9: Bandbreite der technischen Spannungs-Dehnungs-Verläufe im Zugversuch an feinkörnigen Modellen aufgrund verschiedener Orientierungen. Mit *Vergleichsorientierung* wird die Kombination an Orientierungen bezeichnet, die bei allen vier Zellwandmodelltypen für weitere, im folgenden vorgestellte Simulationen verwendet wurde.



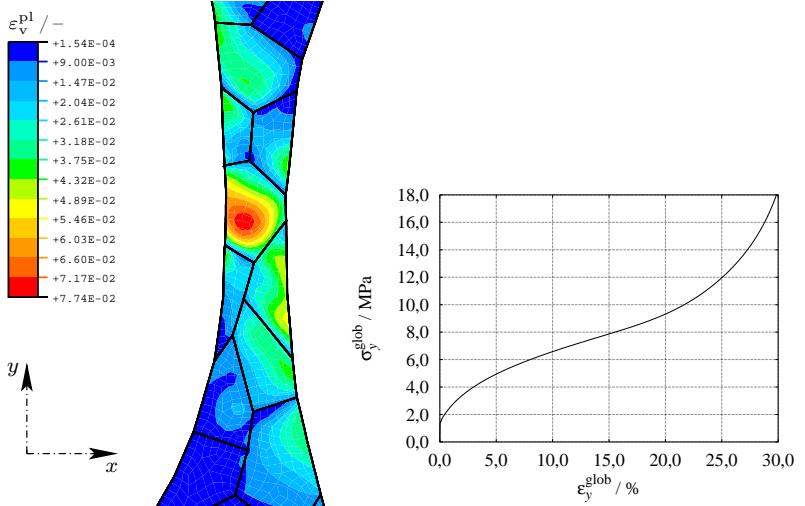
a: Grobkörniges Modell.

b: Feinkörniges Modell.

Abbildung 6.10: Verteilungen der plastischen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_v^{pl}$  bei grob- und feinkörnigen Zellwandmodellen ohne Fehlerstellen bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_y^{glob} = 1\%$ . Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.

formungen gleichmäßiger über die Körner des Zellwandmittensbereichs verteilt, was wiederum an der Verteilung der plastischen Vergleichsdehnung verdeutlicht wird (siehe Abbildung 6.10b). Bei einer weiteren Verfeinerung der Kornstruktur ist zu erwarten, daß die Bandbreite weiter abnimmt und man schließlich für beliebige Orientierungskombinationen nur noch einen Spannungs-Dehnungs-Verlauf erhält, wie man ihn von polykristallinen Werkstoffen kennt (siehe Abschnitt 4.1), die sich praktisch isotrop verhalten.

Außerdem treten bei den Zugversuchen an den feinkörnigen Modellen größere globale Zugspannungen  $\sigma_y^{glob}$  als bei den grobkörnigen auf. So liegen z. B. die Spannungswerte für die feinkörnigen Modelle auf gleichem Niveau wie die Werte des härtesten vergleichbaren grobkörnigen Modells oder darüber (siehe Abbildungen 6.8a und 6.9a bzw. Abbildungen 6.8b und 6.9b). Dieser Effekt läßt sich über die Verteilungen und die Niveaus der Misesschen Vergleichsspannung



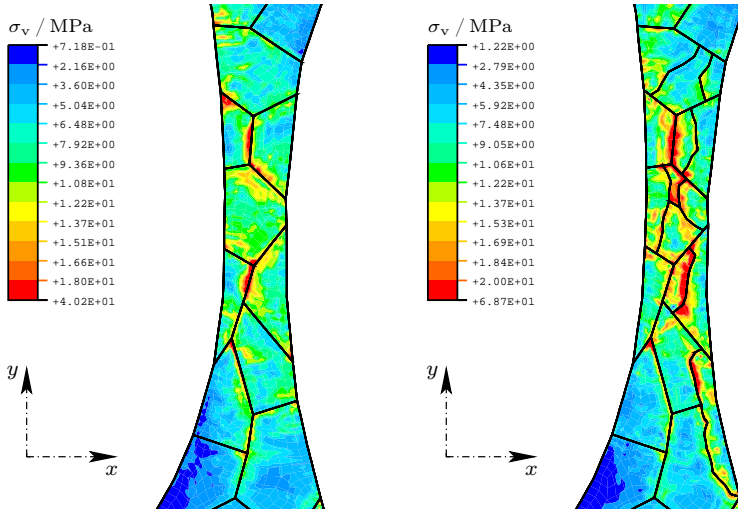
a: Verteilung der plastischen Vergleichsdehnung  $\epsilon_v^{pl}$  (zur besseren Vergleichbarkeit der Ergebnisse erfolgt die Darstellung für eine globale Dehnung von  $\epsilon_y^{glob} = 1\%$ ).

b: Technische Spannungs-Dehnungs-Kurve.

Abbildung 6.11: Einkristallartiges Verhalten bei einem grobkörnigen Modell ohne Fehlerstellen.

(siehe Abbildung 6.12) erklären: Die Maxima treten bei beiden Modelltypen vor allem an Tripelpunkten und Korngrenzen auf, wo es aufgrund der erschwerten Verformungskompatibilität zur Aktivierung mehrerer Gleitsysteme kommt [87]. Dies bewirkt in den betroffenen Bereichen eine starke Verfestigung, die wiederum einen starken Anstieg der globalen Zugspannung  $\sigma_y^{glob}$  zur Folge hat. Dagegen ist die Verfestigung im Inneren von Körnern, wo überwiegend Einfachgleitung vorliegt, gering.<sup>3</sup> In einem feinkörnigen Material gibt es eine größere Anzahl an Korngrenzen und Tripelpunkten als in einem grobkörnigen, und somit ist die Verformungskompatibilität stärker erschwert als im grobkörnigen Material. Daher tritt im feinkörnigen Material lokal eine stärkere Verfestigung auf. Die Misessche Vergleichsspannung erreicht dadurch an diesen Stellen eben-

<sup>3</sup> Erklärungen zur unterschiedlichen Verfestigung bei Ein- und Mehrfachgleitung finden sich in Abschnitt 4.2.6.



a: Grobkörniges Modell.

b: Feinkörniges Modell.

Abbildung 6.12: Verteilungen der Misesschen Vergleichsspannung  $\sigma_v$  bei grob- und feinkörnigen Zellwandmodellen ohne Fehlerstellen bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_y^{\text{glob}} = 1\%$ . Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.

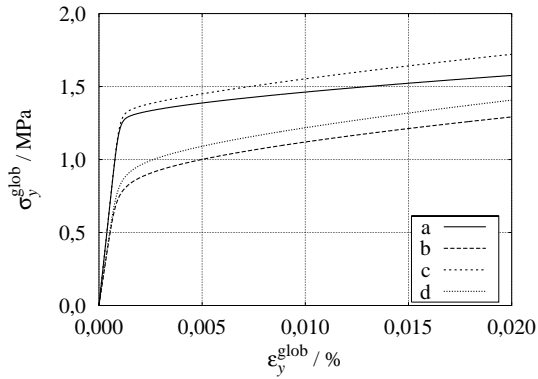
falls höhere Werte als im grobkörnigen Material (siehe Abbildung 6.12), und es ergibt sich eine größere globale Zugspannung. Dieses als *Feinkornhärtung* [74] bekannte Phänomen wird durch die Simulationen gut wiedergegeben.

Durch diese Ergebnisse wird darauf hingewiesen, daß ein feinkörniges Zellwandmaterial besser als ein grobkörniges geeignet ist, das Einsetzen von Schädigungsvorgängen zu vermeiden. In den feinkörnigen Modellen treten zwar an den Korngrenzen und Tripelpunkten höhere Misessche Vergleichsspannungen auf als bei den grobkörnigen. Da die Korngrenzen jedoch im Tieftemperaturbereich bei duktilen Werkstoffen fester als das Korninnere sind, verlaufen duktile Gewaltbrüche meist transkristallin [52]. Aus diesem Grund scheinen insbesondere die durchgehenden Körner in den grobkörnigen Modellen mit den großen plastischen Vergleichsdehnungen im Korninneren besonders anfällig für Schädigung zu sein.

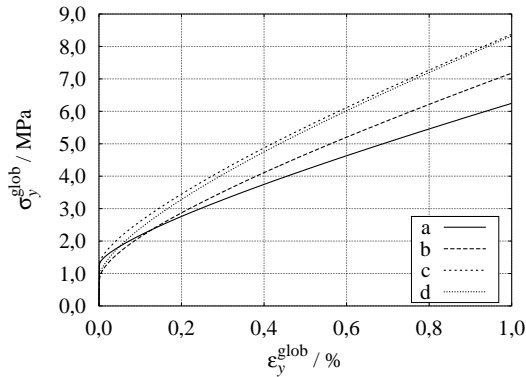
Bei der Betrachtung des Einflusses der Poren und Risse auf die Eigenschaften der Zellwandmodelle fällt zunächst auf, daß bei den mit Poren und Rissen versehenen Modellen die Bandbreite der Ergebnisse geringer als bei den vergleichbaren Modellen ohne Poren und Risse ist (siehe Abbildungen 6.8 und 6.9). Diese Tatsache erscheint zunächst überraschend, da eine geringe Bandbreite bei den mechanischen Eigenschaften vorteilhaft ist, Poren und Risse aber i. a. nachteilige Auswirkungen haben. In diesem Fall haben jedoch die Poren und Risse, deren Anordnung nicht variiert wird, einen so starken Einfluß auf die Eigenschaften der Modelle, daß die Auswirkungen der verschiedenen Orientierungen abgeschwächt werden.

Da in dauerbelasteten Strukturteilen plastische Verformungen in der Regel vermieden oder minimiert werden sollen, interessiert bei solchen Anwendungen vor allem, bei welchen Spannungswerten plastische Verformung einsetzt. Die Darstellung der technischen Spannungs-Dehnungs-Verläufe aller vier Modelltypen für kleine Dehnungen (Abbildung 6.13a) zeigt, daß die Modelle mit Poren global bei deutlich geringeren Spannungswerten vom elastischen in den plastischen Bereich übergehen als die Modelle ohne Poren. Daß die herstellungsbedingten Poren und Risse grundsätzlich eine Verschlechterung der mechanischen Eigenschaften von Metallschäumen gegenüber Schaumstrukturen ohne solche Fehlerstellen bewirken, wird i. a. erwartet. Eine experimentelle Überprüfung dieser Annahme konnte aber nicht vorgenommen werden, da bei der Optimierung der Herstellungsprozesse der Vermeidung von Poren und Rissen bisher wenig Beachtung geschenkt wurde. Daher gibt es auch keine Schäume mit gezielt erzeugten unterschiedlichen Dichten an herstellungsbedingten Poren und Rissen, die in Experimenten verglichen werden könnten. Die hier gezeigten Simulationsergebnisse zeigen aber, daß eine Verminderung solcher Fehlerstellen die mechanischen Eigenschaften von Metallschäumen, insbesondere im Hinblick auf den Einsatz in Strukturteilen, deutlich verbessern kann. Wie der Herstellungsprozeß beeinflußt werden kann, um diesen Effekt zu erzielen, kann jedoch aufgrund der großen Komplexität dieses Themas (siehe Abschnitt 2.2) nicht Gegenstand dieser Arbeit sein.

Bei Betrachtung der vollständigen Spannungs-Dehnungs-Verläufe bis zu 1 % globaler Dehnung (Abbildung 6.13b) zeigt sich ein zunächst überraschender Effekt: Für größere globale Dehnungen weisen die Modelle mit Poren und Rissen eine ähnliche (feinkörniges Modell, Kurve d) oder sogar eine höhere Festigkeit (grobkörniges Modell, Kurve b) als die Modelle ohne solche Fehlerstellen auf (Kurven a und c). Insbesondere in den Körnern, die auch bei dem jeweiligen Modell ohne Poren und Risse hauptsächlich Träger der plastischen Verformung sind, bilden sich vor den Rißspitzen und um die Poren herum Zonen

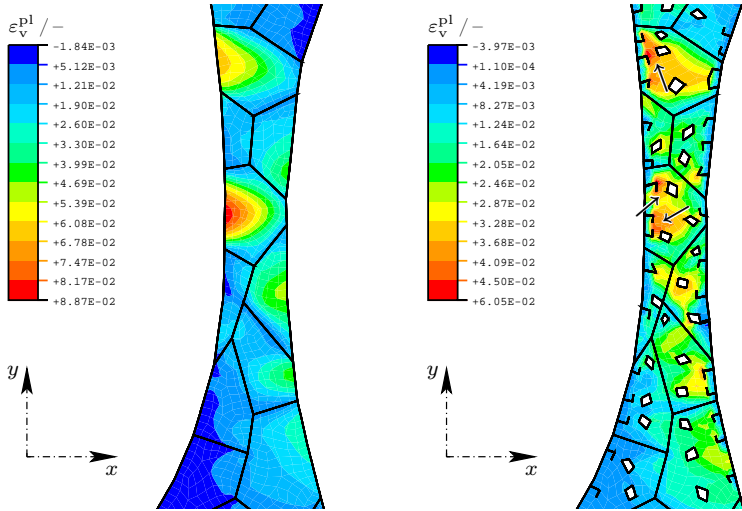


a: Verläufe für kleine globale Dehnungen (Ausschnittsvergrößerung von Abbildung 6.13b).



b: Vollständige Verläufe.

Abbildung 6.13: Technische Spannungs-Dehnungs-Verläufe der vier Zellwandmodelltypen (a – grobkörnig, ohne Poren und Risse; b – grobkörnig, mit Poren und Rissen; c – feinkörnig, ohne Poren und Risse; d – feinkörnig, mit Poren und Rissen). Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.



a: Ohne Poren und Risse.

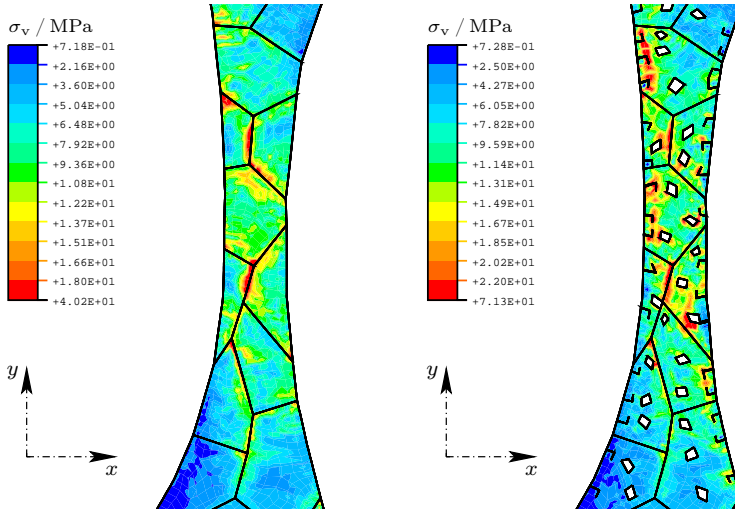
b: Mit Poren und Rissen. Die Pfeile markieren Bereiche mit Maximalwerten, die zwischen zwei Fehlerstellen liegen (vgl. Seite 102).

Abbildung 6.14: Verteilungen der plastischen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_v^{\text{pl}}$  bei grobkörnigen Zellwandmodellen mit und ohne Fehlerstellen bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_y^{\text{glob}} = 1\%$ . Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.

starker plastischer Verformung infolge von Einfachgleitung. Dadurch entstehen die in den Abbildungen 6.14b und 6.16b zu erkennenden Maxima der plastischen Vergleichsdehnung in diesen Bereichen. Aufgrund der Selbstverfestigung des Primärgleitsystems und der erschwerten Verformungskompatibilität infolge der Aufweitung der Risse bzw. Streckung der Poren werden in der Umgebung der Fehlerstellen im weiteren Verlauf des Zugversuchs zusätzliche Gleitsysteme aktiviert. Durch dieses Mehrfachgleiten kommt es in den betroffenen Gebieten zu starker Verfestigung, die sich in größeren globalen Zugspannungen  $\sigma_y^{\text{glob}}$  als bei dem jeweils gleichen Modell ohne Fehlerstellen niederschlägt.<sup>4</sup> In den

<sup>4</sup> Vergleichbare Unterschiede in den Spannungs-Dehnungs-Verläufen ergeben sich bei gekerbten und ungekerbten makroskopischen Zugproben [74].





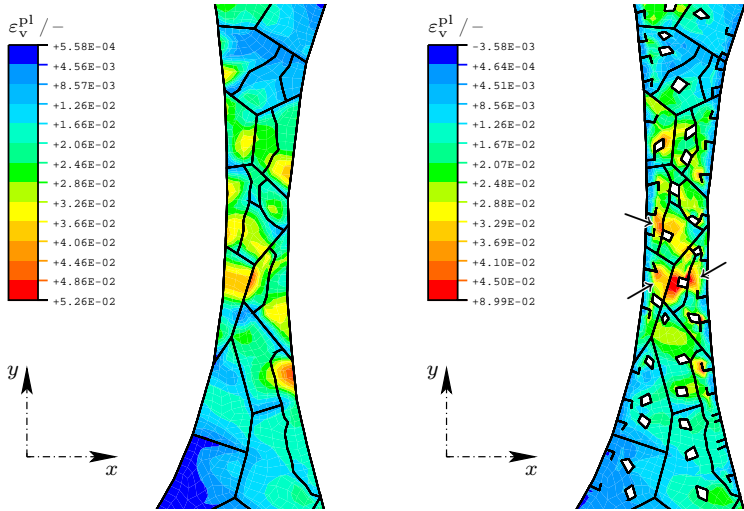
a: Grobkörniges Modell, ohne Poren und Risse.

b: Grobkörniges Modell, mit Poren und Rissen.

Abbildung 6.15: Verteilungen der Misesschen Vergleichsspannung  $\sigma_v$  bei grobkörnigen Zellwandmodellen mit und ohne Fehlerstellen bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_y^{\text{glob}} = 1\%$ . Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.

Abbildungen 6.15b und 6.17b läßt sich dieser Effekt an den Maxima der Misesschen Vergleichsspannung in den Umgebungen der Rißspitzen erkennen. Es ist aber wahrscheinlich, daß Versagen in der Poren- oder Rißgegend einsetzt, noch bevor die simulierten Dehnungen und zugehörigen hohen Spannungswerte erreicht werden. Die Simulationen sind in diesem Bereich somit nicht mehr aussagekräftig. Vielmehr erscheinen bei größeren Dehnungen Untersuchungen unter Einbeziehung des in Abschnitt 5.5 vorgestellten Schädigungsmodells sinnvoller.

Dennoch ergeben sich beim Vergleich der Simulationsergebnisse von Modellen, die bis auf die Poren und Risse identisch sind, einige wichtige Erkenntnisse über den Einfluß der Fehlerstellen im Hinblick auf das Einsetzen von Schädigungsvorgängen:



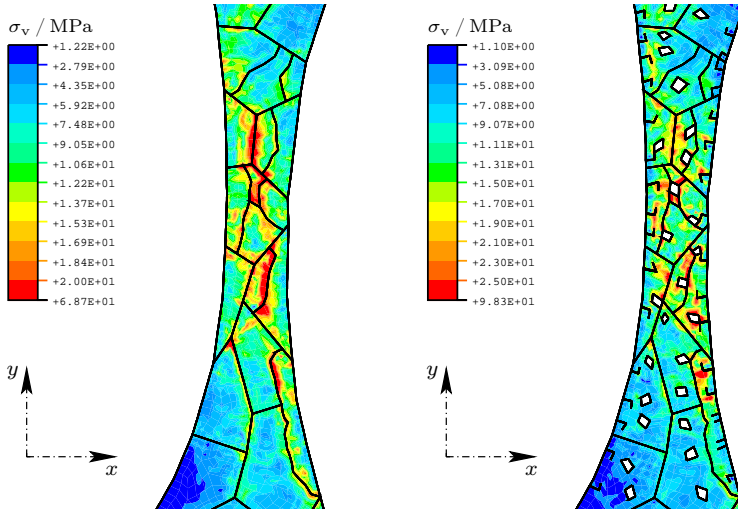
a: Ohne Poren und Risse.

b: Mit Poren und Rissen. Die Pfeile markieren Bereiche mit Maximalwerten, die zwischen zwei Fehlerstellen liegen (vgl. Seite 102).

Abbildung 6.16: Verteilungen der plastischen Vergleichsdehnung  $\epsilon_v^{pl}$  bei feinkörnigen Zellwandmodellen mit und ohne Fehlerstellen bei einer globalen Dehnung von  $\epsilon_y^{glob} = 1\%$ . Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.

- Bei den Modellen mit Poren und Rissen treten sowohl die Maximalwerte der Misesschen Vergleichsspannung als auch die der plastischen Vergleichsdehnung in der Umgebung der Poren und Risse auf (siehe Abbildungen 6.15b und 6.17b sowie 6.14b und 6.16b). Besonders kritisch ist es, wenn zwei Fehlerstellen dicht zusammen liegen, so daß im gesamten Bereich zwischen ihnen sehr große plastische Dehnungen auftreten (markierte Stellen in den Abbildungen 6.14b und 6.16b). Die Umgebung der Poren und Risse ist in diesen Fällen vergleichbar mit der Schädigungszone bei der Entstehung eines duktilen Bruchs im Zuge des Hohlraumwachstums.<sup>5</sup> Der Vorgang der Hohlrauminitiierung, mit dem die Schädigung

<sup>5</sup> Erläuterungen zur Entstehung eines duktilen Bruchs finden sich z. B. bei LANGE [52] und SCHACHT [76].



a: Ohne Poren und Risse.

b: Mit Poren und Rissen.

Abbildung 6.17: Verteilungen der Misesschen Vergleichsspannung  $\sigma_v$  bei feinkörnigen Zellwandmodellen mit und ohne Fehlerstellen bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_y^{\text{glob}} = 1\%$ . Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.

bei duktilen Werkstoffen i. a. einsetzt, ist in diesem Fall nicht mehr erforderlich, da die Hohlräume bereits in Form der Poren und Risse im Modell enthalten sind. Durch die Poren und Risse sind die Zellwände somit bereits vorgeschädigt, und ein Versagen, das von ihrer Umgebung ausgeht, ist wahrscheinlich.

- Die Maximalwerte der Misesschen Vergleichsspannung liegen bei den Modellen mit Poren und Rissen auf deutlich höherem Niveau als bei den gleichen Modellen ohne Fehlerstellen (siehe Abbildungen 6.15 und 6.17). Sie liegen auch bei grobkörnigen Modellen mit Fehlerstellen deutlich oberhalb der maximalen Vergleichsspannungswerte, die bei den feinkörnigen Modellen an den dort zahlreicheren Korngrenzen und Tripelpunkten auftreten. Auch dieser Umstand macht die Fehlerstellen zu potentiellen Ausgangspunkten von Schädigung.

- Die Maximalwerte der plastischen Vergleichsdehnung liegen bei den feinkörnigen Modellen mit Poren und Rissen auf deutlich höherem Niveau als bei den gleichen Modellen ohne Fehlerstellen (siehe Abbildung 6.16). Dieses Ergebnis weist wiederum auf die Fehlerstellen als mögliche Ausgangspunkte für Schädigung hin. Allerdings läßt sich diese Beobachtung nicht auf die grobkörnigen Modelle übertragen. Hier sind bei den Modellen ohne Fehlerstellen die Maximalwerte größer als bei den gleichen Modellen mit Fehlerstellen (siehe Abbildung 6.14), was daran liegt, daß die plastische Verformung bei den Modellen ohne Fehlerstellen von nur zwei Körnern getragen wird. Bei den grobkörnigen Modellen mit Poren und Rissen treten große plastische Vergleichsdehnungen vor allem in der Umgebung der Fehlerstellen auf, wodurch sie gleichmäßiger über das Modell verteilt sind und daher kleinere Werte annehmen.

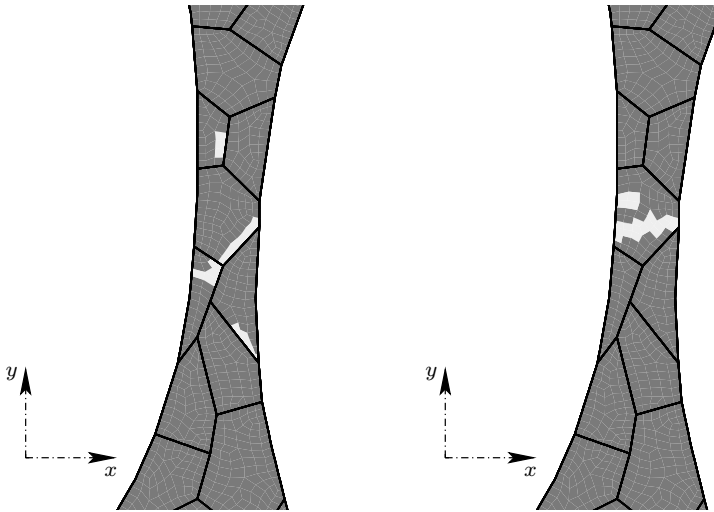
### 6.2.3 Schädigungsuntersuchungen

Bei den im vorhergehenden Abschnitt beschriebenen Simulationen von Zugversuchen konnten wichtige Erkenntnisse darüber gewonnen werden, wo Schädigung bei den Zellwandmodellen einsetzen kann und wie die Mikrostruktur dies beeinflusst. Im folgenden werden nun Simulationen an den gleichen Zellwandmodellen vorgestellt, in denen untersucht wurde, wo die Schädigung in den Modellen tatsächlich einsetzt, wie sie sich ausbreitet und welche Einflüsse dabei die Mikrostruktur hat.

#### Beurteilung der Versagenskriterien

Bevor die eigentlichen Simulationen zur Schädigung durchgeführt werden konnten, war es zunächst erforderlich, zu beurteilen, ob die Misessche Vergleichsspannung oder die plastische Vergleichsdehnung besser als Versagenskriterium für die Simulation von Schädigungsvorgängen auf der Kristallebene bei Verwendung des kristallplastischen Werkstoffmodells geeignet ist. Bei der Erweiterung der *UMAT* wurden zunächst beide Größen als mögliche Versagenskriterien implementiert (siehe Abschnitt 5.5). Wird das Schädigungsmodell in Zugversuchen berücksichtigt, zeigen sich bei den beiden Kriterien grundsätzlich verschiedene Rißverläufe. Diese werden in Abbildung 6.18 am Beispiel des grobkörnigen Zellwandmodells ohne Poren und Risse dargestellt.

**Versagenskriterium *Misessche Vergleichsspannung*:** Der Riß verläuft bei Verwendung der Misesschen Vergleichsspannung als Versagenskriterium überwiegend entlang der Korngrenzen (siehe Abbildung 6.18a). Dieses Verhalten ist auch plausibel, da an den Korngrenzen und Tripelpunkten



a: Versagenskriterium *Misessche Vergleichsspannung*.

b: Versagenskriterium *Plastische Vergleichsdehnung*.

Abbildung 6.18: Rißverläufe bei verschiedenen Versagenskriterien beim grobkörnigen Zellwandmodell ohne Poren und Risse. Die Rißzonen sind hell dargestellt, die ungeschädigten Bereiche dunkel.

die Misessche Vergleichsspannung in den hier gezeigten Simulationen ihre Maximalwerte annimmt (siehe Abbildung 6.12). Allerdings entspricht es nicht der oben bereits erwähnten Beobachtung, daß duktile Gewaltbrüche im Tieftemperaturbereich in der Regel transkristall verlaufen [52], da die Korngrenzen unter diesen Bedingungen fester als das Korninnere sind. Daher erscheint die Misessche Vergleichsspannung als Versagenskriterium für die hier durchgeführten Simulationen auf Kristallebene ungeeignet.

**Versagenskriterium *Plastische Vergleichsdehnung*:** Der Riß verläuft bei Verwendung der plastischen Vergleichsdehnung als Versagenskriterium transkristall (siehe Abbildung 6.18b). Dieses Verhalten, das der Realität entspricht (s. o.), ist ebenfalls plausibel, da die plastische Vergleichsdehnung ihre Maximalwerte im Inneren der Körner annimmt (siehe Abbildung 6.10), wo die Verformung nicht erschwerter Kompatibilität unterworfen ist. Aufgrund dieser Eigenschaft scheint die plastische Vergleichs-

dehnung als Versagenskriterium für die hier durchgeführten Simulationen auf Kristallebene geeignet. Für ihre Verwendung spricht außerdem, daß in Zugversuchen Schädigung immer in den am stärksten gedehnten Bereichen auftritt [74]. Sie wurde daher bei allen im folgenden vorgestellten Schädigungssimulationen als Versagenskriterium eingesetzt.

### Einfluß der Mikrostruktur auf das Rißverhalten

Bei den Untersuchungen unter Einbeziehung der Schädigung wurden Zugversuche an Zellwandmodellen mit den gleichen Randbedingungen wie in den bisherigen Simulationen durchgeführt. Auch die vier bekannten Zellwandmodelltypen wurden wieder eingesetzt. Allerdings mußte die Rechnung, aufgrund der Anforderungen des Schädigungsmodells, in mehrere Steps eingeteilt werden (siehe Abschnitt 5.5). Zur Auswertung der Simulationen ist es erforderlich, mindestens zum Ende eines jeden Steps vollständige Modelldatensätze in der *Restart*-Datei zu speichern, was zu sehr großen Datenmengen führt. Daher mußten aus Speicherplatzgründen mehrere Einschränkungen vorgenommen werden:

- Die Körner außerhalb der feiner vernetzten Zellwandmitten, die in den Zugversuchen nahezu unverformt bleiben (siehe Abbildung 6.5), bekommen statt des kristallplastischen Werkstoffmodells ein rein elastisches Materialverhalten mit dem Elastizitätsmodul von Aluminium (68 000 MPa) zugewiesen. Durch diese Maßnahme ergeben sich im Verhalten der Zellwandmitten keine erkennbaren Änderungen. Für die Bereiche mit rein elastischem Verhalten müssen aber sehr viel weniger Daten gespeichert werden als bei Verwendung des kristallplastischen Werkstoffmodells. Außerdem wird die Rechenzeit verkürzt, da das zeitaufwendige kristallplastische Werkstoffmodell nur im Bereich der Zellwandmitten zur Anwendung kommt.
- Die Anzahl der Steps muß möglichst gering gehalten werden, da trotz der beschriebenen Reduzierung der Modelldaten ein Eintrag in die Restart-Datei eine Größe von ca. 60 MB hat. Daher sollte die maximale Anzahl der Steps 33 nicht überschreiten. In diesem Fall hat die Restart-Datei bereits eine Größe von ca. 2 GB.
- Eine weitere Netzverfeinerung im Zellwandmittenbereich ist für die Rißfortschrittssimulationen wünschenswert. Sie wird jedoch nicht realisiert, um die Anzahl der Steps und die pro Step anfallende Datenmenge gering zu halten.

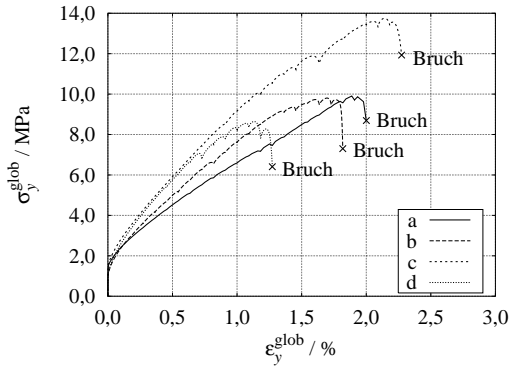


Abbildung 6.19: Technische Spannungs-Dehnungs-Verläufe der vier Zellwandmodelltypen bei Simulationen mit Schädigung (a – grobkörnig, keine Poren und Risse; b – grobkörnig, mit Poren und Rissen; c – feinkörnig, keine Poren und Risse; d – feinkörnig, mit Poren und Rissen). Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.

- Damit in der begrenzten Anzahl möglicher Steps ein Riß die Modelle vollständig durchlaufen kann, muß ohne einen realistischen Grenzwert für die plastische Vergleichsdehnung gearbeitet werden. In den Simulationen wird die maximal zulässige plastische Vergleichsdehnung zu null gesetzt, was zur Folge hat, daß in jedem Step das Element mit der jeweils größten plastischen Vergleichsdehnung versagt.

Diese Einschränkungen haben zur Folge, daß die Schädigungssimulationen keine quantitativen Aussagen liefern können. Dies zeigt sich z. B. an den technischen Spannungs-Dehnungs-Verläufen (siehe Abbildung 6.19). Die Bruchdehnung hängt vor allem davon ab, wie viele Steps benötigt werden, um so viele Elemente versagen zu lassen, daß ein Riß das Modell vollständig durchläuft. Da immer nur ein Element pro Step versagen kann, würde z. B. eine Verfeinerung der Vernetzung im Bereich der Bruchzone zu einer Vergrößerung der Bruchdehnung führen. Dies würde wiederum in den Bereichen, die nicht versagen, zu stärkerer Verfestigung und somit schließlich zu höheren globalen Spannungswerten  $\sigma_y^{glob}$  führen. Auch die lokalen plastischen Dehnungen würden dabei größere Werte annehmen.

Dennoch kann man anhand von Abbildung 6.19 die qualitative Aussage treffen, daß die feinkörnigen Modelle eine höhere Festigkeit als die grobkörnigen aufweisen. Außerdem zeigt sich bei den feinkörnigen Modellen, daß Fehlerstellen wie Poren und Risse die Festigkeit herabsetzen. Beides bestätigt die oben beschriebenen Ergebnisse der Zugversuche ohne Schädigung. Ähnlich den technischen Spannungs-Dehnungs-Verläufen in Abbildung 6.13 scheint auch hier das grobkörnige Modell mit Fehlerstellen eine höhere Festigkeit als das gleiche Modell ohne Fehlerstellen aufzuweisen. Dieser Effekt ist wiederum darauf zurückzuführen, daß nach anfänglichem Einfachgleiten aufgrund der Selbstverfestigung des Primärgleitsystems und der erschwerten Verformungskompatibilität infolge der Aufweitung der Risse bzw. Streckung der Poren in der Umgebung der Fehlerstellen im weiteren Verlauf des Zugversuchs zusätzliche Gleitsysteme aktiviert werden. Durch dieses Mehrfachgleiten kommt es in den betroffenen Gebieten zu starker Verfestigung, die sich in größeren globalen Zugspannungen  $\sigma_y^{\text{glob}}$  als bei dem grobkörnigen Modell ohne Fehlerstellen niederschlägt (vgl. Seite 100).

Aufgrund dieser Schwachpunkte sind in der Zukunft Modellverbesserungen erforderlich. Vorstellbar ist es beispielsweise, mit sehr kurzen Steps zu arbeiten, um bei den Bruchdehnungen die Ergebnisse quantitativ vergleichen zu können. Dabei sollte das Reduzieren der elastischen Moduln aber über mehrere Steps hinweg durchgeführt werden, da eine Reduzierung in sehr kurzer Zeit numerisch problematisch sein kann. In Verbindung mit einer ebenfalls wünschenswerten feineren Vernetzung wäre dadurch eine genauere Beschreibung des Rißverlaufs und eine Verminderung der Instabilitäten, die sich in den Spannungs-Dehnungs-Kurven als Zacken bemerkbar machen (siehe Abbildung 6.19), möglich.

Außerdem sollte das Versagen aller Elemente, in denen der vorgegebene Grenzwert für Schädigung überschritten wird, ermöglicht werden. Allerdings würde eine solche Änderung wiederum die Menge der zu speichernden Modell-daten erhöhen. Sie könnte auch numerische Probleme nach sich ziehen, da bei dieser Vorgehensweise der Fall eintreten kann, daß bei mehreren Elementen gleichzeitig die elastischen Moduln reduziert werden.

Daher soll im Rahmen dieser Arbeit weiterhin das Schädigungsmodell in der in Abschnitt 5.5 vorgestellten Form zur Anwendung kommen. Trotz der beschriebenen Mängel ermöglicht es wichtige Erkenntnisse, z. B. über die Riß-ausbreitung begünstigende und erschwerende Mikrostrukturmerkmale, die im folgenden dargestellt werden.

Bei den vier Zellwandmodelltypen lassen sich grundsätzlich verschiedene Riß-verläufe beobachten, die in engem Zusammenhang mit der Mikrostruktur stehen:



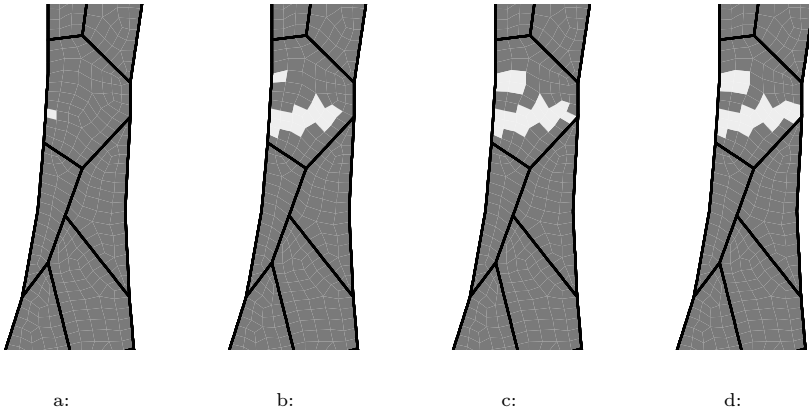


Abbildung 6.20: Rißentwicklung beim grobkörnigen Zellwandmodell ohne Fehlerstellen: a – erster Anriß; b – Riß stoppt, zweiter Anriß entsteht; c – zweiter Riß stoppt, erster Riß wächst weiter; d – erster Riß durchläuft das Modell vollständig (Bruch).

**Grobkörnig, ohne Poren und Risse:** Bei dem grobkörnigen Zellwandmodell ohne Fehlerstellen entsteht der Anriß in einem der durchgehenden Körner am Modellrand (siehe Abbildung 6.20a). Dieses Verhalten ist zu erwarten, da in dem betroffenen Korn bereits in der Zugversuchssimulation die größten plastischen Vergleichsdehnungen auftraten (siehe Abbildung 6.14a). Der Riß läuft anschließend weiter durch die Zellwand, bis er in die Nähe einer Korngrenze kommt, wo aufgrund der erschwerten Verformungskompatibilität geringere plastische Vergleichsdehnungen vorliegen (siehe Abbildung 6.14a). Nach dem Stagnieren dieses Risses entsteht im gleichen Korn, oberhalb der ersten Anrißstelle, ein zweiter Anriß am Modellrand (siehe Abbildung 6.20b). Dieser zweite Anriß ist darauf zurückzuführen, daß die betroffenen Elemente zu Beginn der Simulation eine ähnlich große Verformung wie die Elemente der ersten Anrißzone erfahren haben. Dadurch weisen sie eine größere plastische Vergleichsdehnung auf als die Elemente vor der Rißspitze, so daß sie für die Schädigungssimulation ausgewählt werden, wenn der erste Riß schwerer verformbare Gebiete erreicht hat. Sobald aufgrund der äußeren Belastung auch der Bereich vor der ersten Rißspitze größere plastische Verformungen erfahren hat, läuft der erste Riß bis zum Bruch weiter durch das Modell (siehe

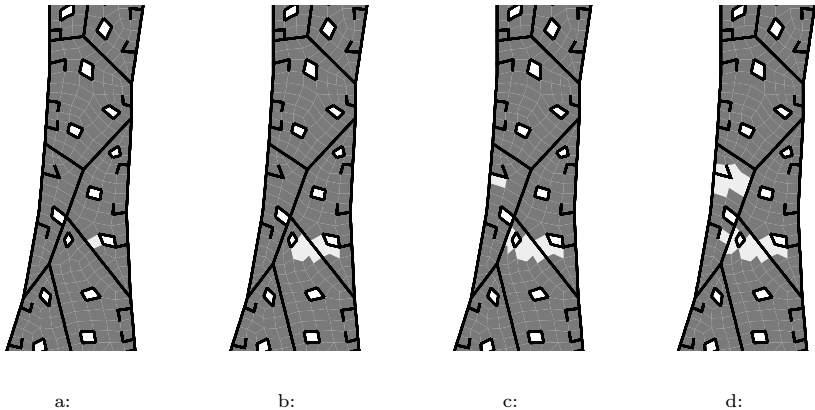


Abbildung 6.21: Rißentwicklung beim grobkörnigen Zellwandmodell mit Fehlerstellen: a – erster Anriß im Bereich einer Pore; b – zwei Poren werden durch Rißwachstum verbunden; c – erster Riß stoppt an Korngrenze, zweiter Anriß entsteht in der Umgebung eines Risses; d – erster Riß wächst weiter und durchläuft das Modell vollständig (Bruch).

Abbildungen 6.20c und 6.20d). Bis auf die Entstehung des zweiten Risses, die durch die Schwachstellen des Schädigungsmodells bedingt wird, entspricht dieser Rißverlauf den Erwartungen aufgrund der Verteilung der plastischen Vergleichsdehnung im Zugversuch (siehe Abbildung 6.14a). Statt des zweiten Anrisses knapp oberhalb des ersten wäre ein zweiter Anriß an anderer Stelle oder nur ein kurzes Stagnieren des ersten Risses ohne weiteren Anriß realistischer.

**Grobkörnig, mit Poren und Rissen:** Bei dem grobkörnigen Zellwandmodell mit Fehlerstellen entsteht der Anriß, wie aufgrund der Ergebnisse der Zugversuchssimulationen zu erwarten war (siehe Abbildung 6.14b), in der Umgebung einer Pore (siehe Abbildung 6.21a). Er breitet sich anschließend in der Umgebung der Pore, auch über eine Korngrenze hinweg, aus und erreicht eine weitere Pore (siehe Abbildung 6.21b). Anschließend stagniert der Riß an einer Korngrenze (siehe Abbildung 6.21c). Der Grund für das Stagnieren in der Simulation ist, daß das benachbarte Korn geringere plastische Verformungen aufweist. Die Ursache hierfür kann eine für Abgleitvorgänge ungünstigere Orientierung sein. Aber auch die Geometrie und die Umgebung, z. B. nahe Tripelpunkte mit erschwerter Ver-

formungskompatibilität, haben Einfluß auf die Verteilung der plastischen Dehnungen. Es entsteht nun im Bereich eines der im Modell enthaltenen Risse ein zweiter Anriß (siehe Abbildung 6.21c), der sich ausbreitet, bis er ebenfalls an einer Zellwand stagniert. Der erste Riß überschreitet anschließend die Korngrenze und erreicht am linken Modellrand einen der im Modell enthaltenen Risse (siehe Abbildung 6.21d), so daß das Modell bricht.

Zwei Aspekte bei dieser Schädigungssimulation sind besonders interessant: Zum einen spielen die Poren und Risse eine wichtige Rolle beim Schädigungsvorgang, denn beide Anrisse gehen von solchen Fehlerstellen aus, und eine Pore wird im Zuge des Rißwachstums Bestandteil eines der Risse. Außerdem vollzieht sich der Bruch dadurch, daß einer der Risse einen der im Modell enthaltenen seitlichen Anrisse erreicht. Zum anderen hat sich gezeigt, daß das kristallplastische Werkstoffmodell in Verbindung mit dem Schädigungsmodell auf Basis der plastischen Vergleichsdehnung in der Lage ist, zu simulieren, daß Korngrenzen Hindernisse für die Rißausbreitung sein können. Dieses Phänomen wurde bei duktilen Gewaltbrüchen auch in der Realität beobachtet und ist einer der Vorteile eines gleichmäßigen, feinkörnigen Gefüges [52, 87].

**Feinkörnig, ohne Poren und Risse:** Bei dem feinkörnigen Zellwandmodell ohne Fehlerstellen zeigt sich noch deutlicher, daß das kristallplastische Werkstoffmodell in Verbindung mit dem Schädigungsmodell auf Basis der plastischen Vergleichsdehnung in der Lage ist, die Behinderung von Rißausbreitung durch Korngrenzen zu simulieren. Ein erster Riß entsteht am Modellrand in der Mitte eines Korns (siehe Abbildung 6.22a) und läuft bis zu einer Korngrenze. Dort stagniert er, und es entsteht ein zweiter Anriß am Modellrand in einem anderen Korn (siehe Abbildung 6.22b). Dieser Riß läuft ebenfalls bis zu einer Korngrenze, wo er kurz stagniert und sich zunächst im bisher durchlaufenen Korn weiter ausdehnt (siehe Abbildung 6.22c). Anschließend überquert er die Korngrenze (siehe Abbildung 6.22d) und läuft bis zur nächsten Korngrenze. Hier wird er gestoppt, und es entsteht, wiederum am Modellrand, ein dritter Anriß in einem anderen Korn (siehe Abbildung 6.22e). Auch dieser dritte Riß wird an einer Korngrenze aufgehalten (siehe Abbildung 6.22f). Der zweite Riß weitet sich nun in dem Korn, in dem er stagniert hat, weiter aus, bis er erneut gestoppt wird und ein vierter Anriß am Modellrand entsteht (siehe Abbildung 6.22g). Dieser vierte Riß breitet sich aus, bis schließlich der zweite Riß eine Korngrenze überschreitet (siehe Abbildung 6.22h) und das Modell bis zum Bruch durchläuft (siehe Abbildung 6.22i).

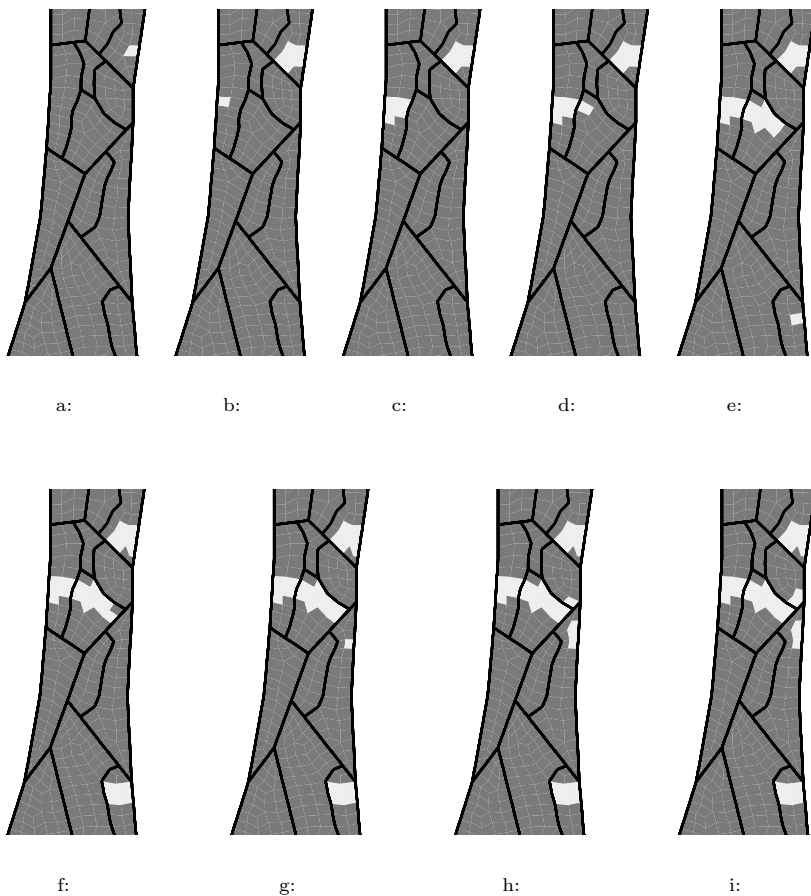


Abbildung 6.22: Rißentwicklung beim feinkörnigen Zellwandmodell ohne Fehlerstellen: a – erster Anriß; b – Riß stoppt an Korngrenze, zweiter Anriß entsteht; c – zweiter Riß stoppt an Korngrenze und weitet sich zunächst an der Modellkante aus; d – zweiter Riß überschreitet Korngrenze; e – zweiter Riß stoppt erneut an Korngrenze, dritter Anriß entsteht; f – dritter Riß stoppt an Korngrenze, zweiter Riß weitet sich im Korn weiter aus; g – zweiter Riß stoppt erneut, vierter Anriß entsteht; h – zweiter Riß überschreitet Korngrenze; i – zweiter Riß durchläuft das Modell vollständig (Bruch).

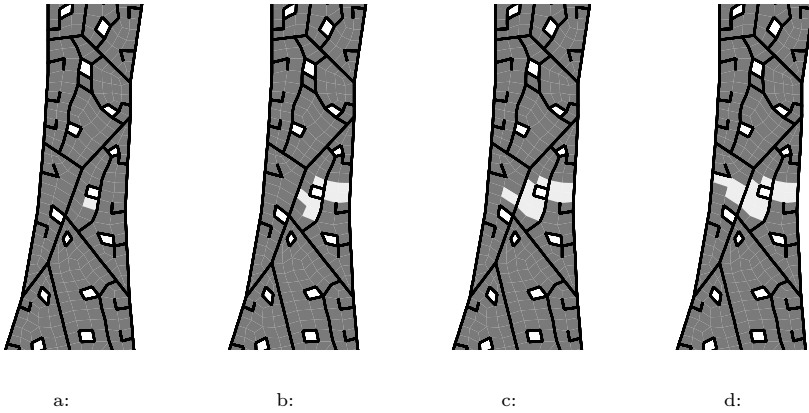


Abbildung 6.23: Rißentwicklung beim feinkörnigen Zellwandmodell mit Fehlerstellen: a – erster Anriß im Bereich einer Pore; b – Riß hat sich in der Poren Umgebung ausgeweitet, dabei auch eine Korngrenze überschritten, stagniert nun an einer weiteren Korngrenze; c – Riß überschreitet die Korngrenze nach Ausweitung vor der Korngrenze; d – Riß durchläuft das Modell vollständig (Bruch).

**Feinkörnig, mit Poren und Rissen:** Bei dem feinkörnigen Zellwandmodell mit Fehlerstellen bestätigen sich die bei den anderen Modelltypen gemachten Beobachtungen. Der erste Anriß entsteht im Modellinneren in der Umgebung einer Pore (siehe Abbildung 6.23a), breitet sich in dem betroffenen Korn aus, stagniert an einer Korngrenze, überquert eine andere Korngrenze und durchläuft das Modell bis zum rechten Rand (siehe Abbildung 6.23b). Anschließend überquert er auch die Korngrenze, an der er vorher stagnierte (siehe Abbildung 6.23c), und durchläuft das Modell bis zum linken Modellrand bis zum Bruch (siehe Abbildung 6.23d). Auch hier endet der Riß wiederum in einem der im Modell enthaltenen Risse.

Abschließend soll noch am Beispiel des grobkörnigen Zellwandmodells ohne Poren und Risse betrachtet werden, wie sich die Schädigungssimulation auf die Verteilungen von Misesscher Vergleichsspannung und plastischer Vergleichsdehnung auswirkt. In den Abbildungen 6.24 und 6.25 sind die Verteilungen beider Größen in dem Bereich, in dem der Riß auftritt, bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_y^{\text{glob}} = 1\%$  dargestellt. Dabei zeigt sich, daß die plastische Vergleichsdehnung bei der Schädigungssimulation auf die Rißzone konzentriert ist und dort

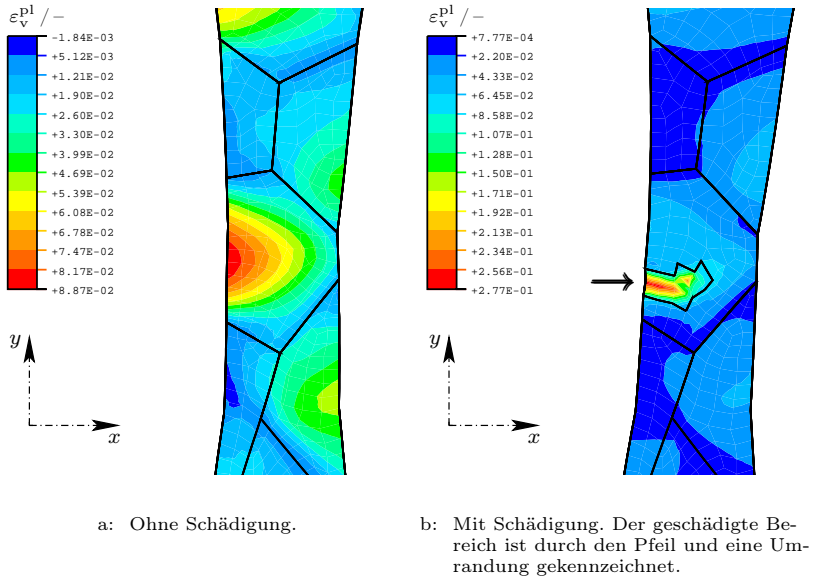
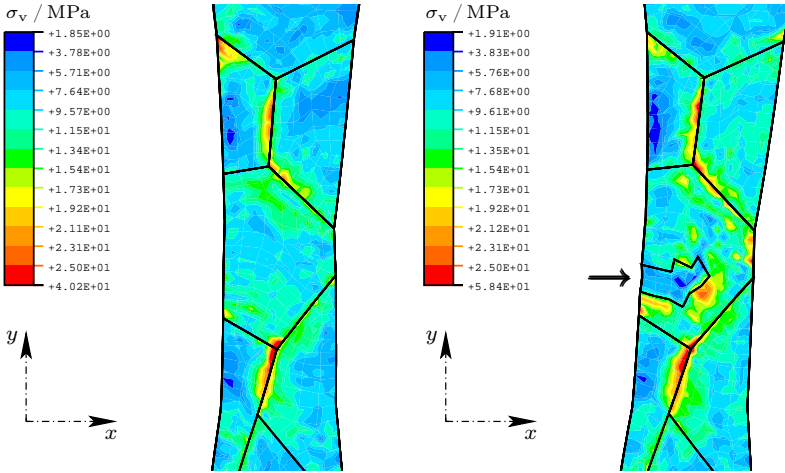


Abbildung 6.24: Verteilungen der plastischen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_v^{pl}$  bei grobkörnigen Zellwandmodellen ohne Fehlerstellen mit und ohne Schädigung bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_y^{glob} = 1\%$ . Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.

sehr viel größere Werte annimmt, als bei der Simulation ohne Schädigung (siehe Abbildung 6.24). Die größeren Werte entstehen, weil ohne Schädigungssimulation die plastische Verformung bei gleicher globaler Dehnung gleichmäßiger verteilt ist.

Dagegen sind die Verteilungen der Misesschen Vergleichsspannung bei den Simulationen mit und ohne Schädigung sehr ähnlich (siehe Abbildung 6.25). In beiden Fällen treten Maxima an Korngrenzen und Tripelpunkten auf. Allerdings zeigen sich bei der Simulation mit Schädigung weitere Maxima unterhalb und rechts von der Rißspitze im noch ungeschädigten Bereich. In diesen Bereichen hat, verglichen mit der Simulation ohne Schädigung, eine stärkere Verfestigung stattgefunden, da Abgleitprozesse vor allem in dem Korn, durch das der Riß läuft, ablaufen. Aufgrund dieser Verfestigung kommt es auch zu



a: Ohne Schädigung.

b: Mit Schädigung. Der geschädigte Bereich ist durch den Pfeil und eine Umrandung gekennzeichnet.

Abbildung 6.25: Verteilungen der Misesschen Vergleichsspannung  $\sigma_v$  bei grobkörnigen Zellwandmodellen ohne Fehlerstellen mit und ohne Schädigung bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_y^{\text{glob}} = 1\%$ . Die Orientierungen entsprechen der Vergleichsorientierung.

einer Erhöhung der globalen Zugspannung<sup>6</sup> und weiteren Abgleitvorgängen im Bereich der Tripelpunkte und Korngrenzen, die eine erhöhte Verfestigung nach sich ziehen. Dies schlägt sich in höheren Misesschen Vergleichsspannungen als beim gleichen Modell ohne Schädigungssimulation nieder.

#### 6.2.4 Zusammenfassung der Ergebnisse

Zum Abschluß der Darstellung der Simulationen an Zellwandmodellen soll ein kurzer Überblick über die erzielten Ergebnisse gegeben werden.

<sup>6</sup> Vergleichbare Unterschiede bei den globalen Zugspannungen ergeben sich bei gekerbten und ungekerbten makroskopischen Zugproben [74].

- Den Simulationsrechnungen liegen verschiedene Vereinfachungen zugrunde, z. B. die Beschränkung auf ein quasi-dreidimensionales Modell. Außerdem wurden verschiedene Verbesserungsmöglichkeiten des eingesetzten Schädigungsmodells aufgezeigt. Dennoch sind qualitative Aussagen über den Einfluß der Mikrostruktur auf die Festigkeitseigenschaften von Zellwänden möglich.
- Das mechanische Verhalten der verschiedenen Zellwandmodelle zeigt eine starke Abhängigkeit von der Mikrostruktur.
- Simulationen von Ausschnitten aus den Zellwandmitten, bei denen die Mikrostruktur detaillierter nachgebildet wird, sind aufgrund des bisher nachgewiesenen Einflusses der Mikrostruktur sinnvoll.
- Poren und Anrisse verschlechtern die Festigkeitseigenschaften. In ihrer Umgebung bilden sich Spannungs- und Dehnungsmaxima, und sie sind Ausgangspunkte von Rissen in Schädigungssimulationen.
- Feinkörnige Zellwände haben bessere mechanische Eigenschaften als grobkörnige. Ihre Festigkeit ist größer, und sie enthalten in Form der Korngrenzen zahlreiche Hindernisse für das Rißwachstum. Außerdem ist die Bandbreite ihrer mechanischen Eigenschaften geringer, da sich die anisotropen Eigenschaften der einzelnen Körner weniger stark als bei grobkörnigen Zellwänden auswirken. Dieser Gesichtspunkt ist im Hinblick auf das Ziel, Metallschäume mit garantierten und reproduzierbaren mechanischen Eigenschaften herzustellen, von besonderem Interesse.
- Bei der Schaumherstellung sollte aufgrund dieser Ergebnisse versucht werden, den Herstellungsprozeß so zu beeinflussen, daß Risse und Poren sowie Zellwände mit durchgehenden Körnern vermieden oder zumindest vermindert werden.
- Um auch quantitative Aussagen treffen zu können, ist es erforderlich, die Simulationen mit Hilfe von optischen Feldmeßverfahren experimentell zu verifizieren. Bei dem Schädigungsmodell sind zu diesem Zweck vorher noch verschiedene Verbesserungen des Algorithmus' nötig.



## 6.3 Simulationsrechnungen an Gefügeausschnittsmodellen

### 6.3.1 Allgemeines

Mit den Zellwandmodellen wurde untersucht, ob tatsächlich die Zellwandmitten hauptsächlicher Träger der Verformung sind und wie Kornstruktur und Fehlerstellen das mechanische Verhalten beeinflussen. Mit den Gefügeausschnittsmodellen sollte zusätzlich untersucht werden, welche Auswirkungen Bestandteile der Mikrostruktur haben, die in den Zellwandmodellen aus Maßstabsgründen nicht erfaßt werden konnten. Für diese Simulationen wurden, wie in Abschnitt 6.1.1 erläutert, Gefügeausschnitte aus dem Bereich der Zellwandmitten modelliert (siehe auch Abbildung 6.1). Dabei wurde vorausgesetzt, daß die Zellwände in dem modellierten Bereich in Dickenrichtung durchgehende Körner haben, was bei Metallschäumen häufig zu beobachten ist (siehe Abschnitt 3.3.1).

Aufgrund dieser Annahme wurden die erstellten Gefügeausschnittsmodelle so aufgebaut, daß sie senkrecht zur Darstellungsebene, also in Dickenrichtung der Zellwand, nur ein Element aufweisen. Als Vorbild für die Modellierung der Mikrostruktur dienten Aufnahmen aus REM-Untersuchungen an Schaum aus der Legierung AlSi 7 (siehe z. B. Abbildung 3.6c auf Seite 33). Die Randbedingungen wurden, wie bei den Zellwandmodellen, immer so gewählt, daß Rotationen und Starrkörperbewegungen ausgeschlossen, Querkontraktionen aber möglich waren. Die Belastung erfolgte wiederum verschiebungsgesteuert, wobei durch eine seitliche Führung der zu verschiebenden Knoten ebenfalls eine statische Überbestimmtheit der Modelle entstand (vgl. Abschnitt 6.1.2).

Auch die Modellierung der Kristalle, der Korngrenzen und der Mikroporen erfolgte wie bei den Zellwandmodellen. Im Inneren eines Kornes haben daher alle Elemente die gleichen Eigenschaften, an Korngrenzen liegen feste Knotenkopplungen vor, und Mikroporen werden durch das Entfernen von Elementen modelliert (siehe Abschnitt 6.2.1).

Eutektische Zellen, Rückstände des Aufschäummittels  $\text{TiH}_2$  und die nadelige Eisen-Phase sind jedoch Mikrostrukturbestandteile, die in den bisher vorgestellten Modellen noch nicht berücksichtigt wurden. Bei der Modellierung der Gefügeausschnitte werden sie wie folgt erfaßt:

**Eutektikum:** Der eutektische Punkt der Legierung AlSi 7 liegt bei einem Wert von 11,3 Atom-% Silizium, d. h. das Aluminium dominiert in der eutektischen Mischung. Bei solchen binären Legierungen bildet die dominierende

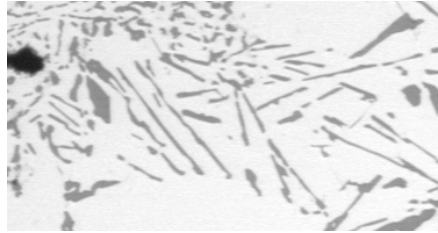


Abbildung 6.26: Eutektikum von Aluminium-Silizium bei Schaum aus der Legierung AlSi 7 [63] (REM-Aufnahme, Rückstreuungselektronenkontrast; Ausschnittsvergrößerung von Abbildung 3.6b). Im hellen Aluminium-Mischkristall sind die regellos angeordneten dunklen Silizium-Lamellen zu erkennen.

Phase die Matrix, in der Partikel der zweiten Phase, die bei der eutektischen Erstarrung entsteht, eingeschlossen sind [70]. Die Matrixphase ist in diesem Fall der Aluminium-Mischkristall, und die zweite Phase besteht aus reinem Silizium, da Aluminium in Silizium unlöslich ist [37]. Die Silizium-Phase liegt dabei in Form von Lamellen vor, die regellos in dem Mischkristall angeordnet sind [35] (siehe Abbildung 6.26). Dies ist typisch für die sogenannten *anormalen Eutektika*, zu denen auch das von Aluminium-Silizium gehört [79].

Für die Simulationen unter Berücksichtigung des Eutektikums wurde die Lamellenstruktur des Aluminium-Silizium-Eutektikums nachempfunden (siehe Abbildung 6.28). Den Silizium-Lamellen wurde dabei ein rein elastisches Materialverhalten mit dem Elastizitätsmodul von 184 600 MPa und einem Schubmodul von 68 700 MPa (Tabellenwerte für Silizium [58]) zugewiesen. Eine Modellierung von plastischem Materialverhalten der Lamellen war nicht erforderlich. Die starken kovalenten Bindungen von Silizium bewirken einen sehr großen Widerstand gegen plastisches Fließen auf allen Gleitsystemen und somit eine sehr große Härte. Dieser Widerstand ist so groß, daß die *kovalenten Elemente*, zu denen auch Silizium gehört, brechen, bevor plastisches Fließen einsetzt [24].

Aufgrund dieser Eigenschaft der Lamellen wurde auf Schädigungssimulationen an den Gefügausschnittsmodellen verzichtet. In Experimenten wurde beobachtet, daß bei Schäumen mit ausgeprägtem Aluminium-Silizium-Eutektikum die Zellwände sprödebruchartig versagen, weil bei Über-

schreiten der Zugfestigkeit der Lamellen diese schlagartig, ohne vorherige plastische Verformung brechen und sich nur die verbleibenden Mischkristallbereiche plastisch verformen [55]. Für eine der Realität nahekommende Schädigungssimulation ist es daher erforderlich, für die rein elastischen Lamellen ein entsprechendes Versagenskriterium, z. B. gemäß der Normalspannungstheorie [85], zu definieren. Dieses muß in ein weiteres Schädigungsmodell implementiert werden, das unabhängig von der *UMAT* abläuft, weil diese nur für Bereiche mit kubisch-flächenzentrierter Gitterstruktur gilt. Obwohl dieses zusätzliche Schädigungsmodell nach dem in Abschnitt 5.5 vorgestellten Algorithmus mit Absenkung der elastischen Konstanten vorgehen kann, ist es mit einem großen Programmieraufwand verbunden, weil es außerhalb der *UMAT* ablaufen muß. Aus diesem Grund wurde im Rahmen dieser Arbeit auf seine Umsetzung verzichtet. Diese sollte aber im Hinblick auf zukünftige Simulationen weiter verfolgt werden.

An den Grenzen zwischen Matrix und Lamellen wurden feste Knotenkopplungen modelliert. Auch diese Annahme kommt der Realität nahe. Da sich Aluminium bei der Erstarrung zusammenzieht und Silizium ausdehnt, entstehen an den Phasengrenzen zwischen Matrix und Lamellen nur äußerst selten Mikrolunker. Außerdem sind die Gitterstrukturen beider Phasen direkt aneinander gekoppelt, da beide Phasen bei der eutektischen Erstarrung gleichzeitig aus der Schmelze entstehen. Dadurch wird das Eutektikum von Aluminium-Silizium zu einem natürlichen Verbundwerkstoff, der die hohe Festigkeit der Silizium-Lamellen und die Duktilität des Mischkristalls auf sich vereinigt [73].

**Nadelige Eisen-Phase und Überreste des  $\text{TiH}_2$ :** Bei der Modellierung dieser beiden Gefügebestandteile wurden ebenfalls Vereinfachungen vorgenommen. Die Eisen-Nadeln bekamen rein elastisches Materialverhalten mit einem Elastizitätsmodul von 210 000 MPa zugewiesen. Die keramischen  $\text{TiH}_2$ -Partikel wurden dagegen aufgrund experimenteller Beobachtungen [55] als starr betrachtet. Trotz dieser Vereinfachungen wird so die wichtigste Eigenschaft dieser beiden Gefügebestandteile, ihre höhere Härte im Vergleich zu der Matrix, erfaßt. Dies erschien für die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Simulationen als ausreichend.

Insgesamt erfolgte die Erstellung von drei verschiedenen Modelltypen, deren Abmessungen sich an Abbildung 3.6c orientieren:

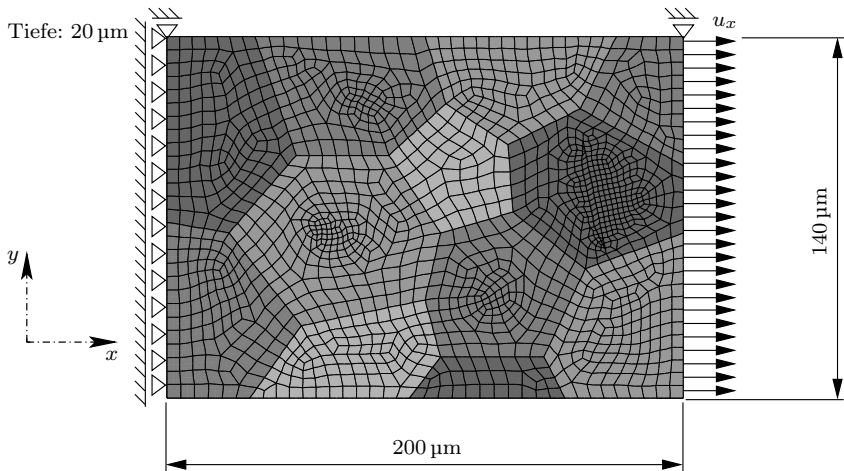


Abbildung 6.27: Rein polykristallines Gefügeausschnittsmodell mit Abmessungen und Randbedingungen.

**Rein polykristallines Gefüge:** Das Gefüge besteht nur aus einem Verbund von mehreren Kristalliten (siehe Abbildung 6.27) und wäre bei einem idealen Schaum aus Reinaluminium zu erwarten. Es wurde aber in der Realität noch nicht beobachtet.

**Gefüge aus Kristalliten und Eutektikum:** Das Gefüge besteht nur aus einem Verbund von mehreren Kristalliten und eutektischen Zellen (siehe Abbildung 6.28) und wäre bei einem idealen Schaum aus einer Aluminium-Silizium-Legierung zu erwarten. Es konnte aber ebenfalls in der Realität noch nicht beobachtet werden, da Verunreinigungen, Fehlerstellen und eine unvollständige Zersetzung des Aufschäummittels nur schwer zu vermeiden sind.

**Vollständiges Gefüge:** Bei diesen Modellen sind alle in Abbildung 3.6c dargestellten Mikrostrukturbestandteile, wie Kristallite, eutektische Zellen, Mikroporen, Überreste des  $\text{TiH}_2$  und nadelige Eisen-Phase, enthalten (siehe Abbildung 6.29).

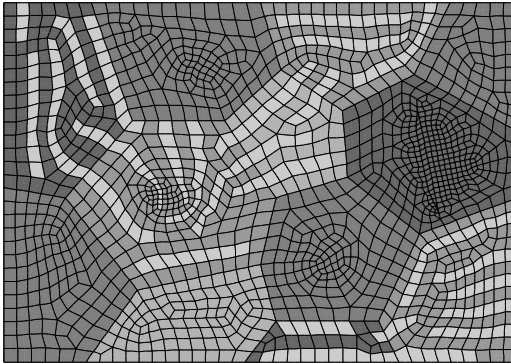


Abbildung 6.28: Gefügeausschnittsmodell mit Eutektikum. Das Eutektikum wird durch die von Lamellen durchsetzten Bereiche modelliert. Die Abmessungen und Randbedingungen entsprechen denen aus Abbildung 6.27.

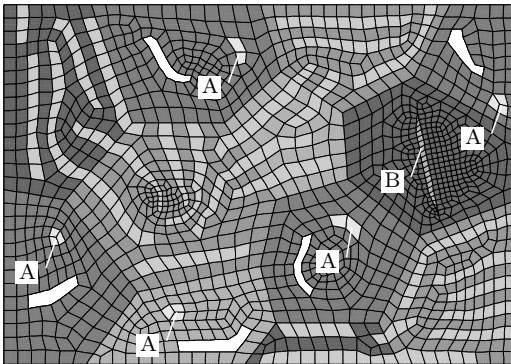


Abbildung 6.29: Vollständiges Gefügeausschnittsmodell mit Eutektikum, Überresten des Aufschäummittels  $\text{TiH}_2$  (A), nadeliger Eisen-Phase (B) und Mikroporen (helle, unvernetzte Bereiche). Die Abmessungen und Randbedingungen entsprechen denen aus Abbildung 6.27.

Für alle im folgenden vorgestellten Simulationen wurde der gleiche Satz an Orientierungen, der als *Vergleichsorientierung* bezeichnet wird, für die in den Modellen enthaltenen Körner verwendet.

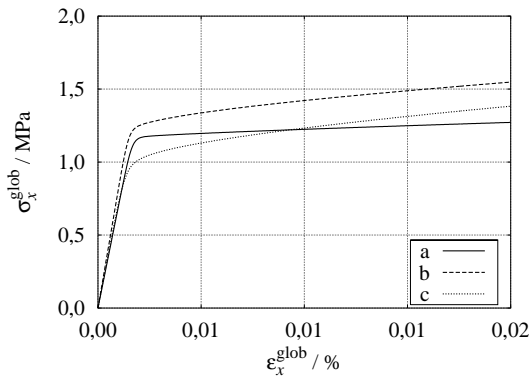
### 6.3.2 Zugversuche

Bei der Simulation von Zugversuchen wurden die drei verschiedenen Gefügeausschnittsmodelltypen verschiebungsgesteuert mit einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_x^{\text{glob}} = 1\%$  beaufschlagt. Dabei galten bei allen Simulationen die in Abbildung 6.27 dargestellten Randbedingungen.

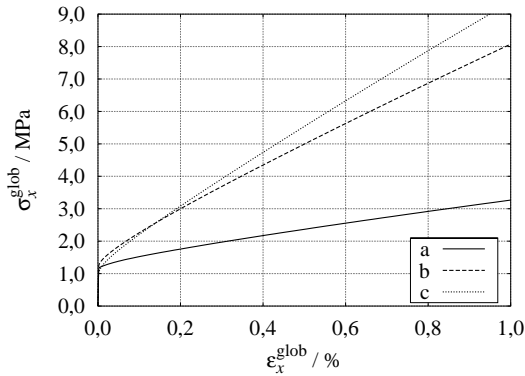
Die sich bei den Zugversuchs-Simulationen ergebenden technischen Spannungs-Dehnungs-Verläufe zeigen eine starke Abhängigkeit von der Mikrostruktur (siehe Abbildung 6.30). Der im Hinblick auf Strukturanwendungen interessierende Übergang von elastischem zu plastischem Verhalten (siehe Abbildung 6.30a) findet bei dem Gefügeausschnittsmodell, das nur Kristalle und Eutektikum enthält (Kurve b), bei einer höheren globalen Spannung statt als bei dem rein polykristallinen Modell (Kurve a). Dagegen geht das vollständige Gefügeausschnittsmodell (Kurve c) aufgrund der Schwächung durch die enthaltenen Poren bei einer geringeren Spannung in den plastischen Bereich über. Mit zunehmender globaler Dehnung zeigt sich bei beiden Gefügeausschnittsmodellen mit Eutektikum der Einfluß der harten Silizium-Lamellen in Form eines stärkeren Spannungsanstiegs als bei dem rein polykristallinen Modell. Auf die Tatsache, daß bei dem vollständigen Gefügeausschnittsmodell dabei trotz der Poren größere globale Spannungen als bei dem fehlerfreien eutektischen Modell auftreten (siehe Abbildung 6.30b), wird noch gesondert eingegangen.

Die Auswirkungen der harten Silizium-Lamellen zeigen sich auch deutlich in den Verteilungen der Misesschen Vergleichsspannung  $\sigma_v$  und der plastischen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_v^{\text{pl}}$ . Bei dem rein polykristallinen Modell treten die Maxima der Misesschen Vergleichsspannung an vielen der Korngrenzen und Tripelpunkte auf (siehe Abbildung 6.31a), während die der plastischen Vergleichsdehnung im Inneren verschiedener Körner liegen (siehe Abbildung 6.31b). Beide Arten von Maxima sind dabei über das gesamte Modell verteilt. Diese Effekte sind bereits von den Zellwandmodellen her bekannt (siehe z. B. Abbildungen 6.12 und 6.10 in Abschnitt 6.2.2).

Dagegen treten beim Modell mit Kristalliten und Eutektikum grundsätzlich andere Verteilungen auf. In den Bereichen, in denen sich Silizium-Lamellen befinden, liegen keine Vergleichsspannungs- oder Vergleichsdehnungsmaxima vor (siehe Abbildungen 6.32a und 6.33). Sie bilden sich vor allem in den Bereichen,

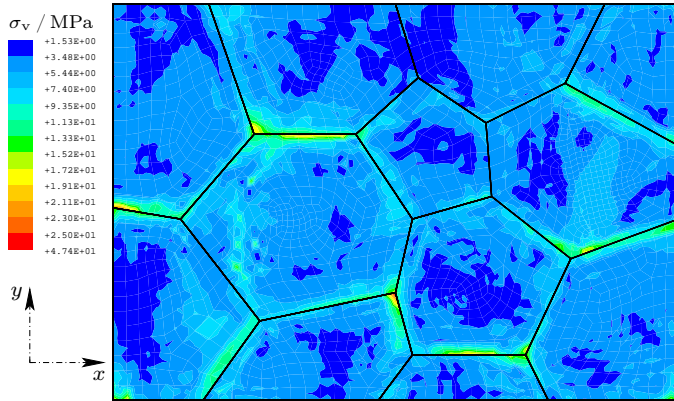


a: Verläufe für kleine globale Dehnungen (Ausschnittsvergrößerung von Abbildung 6.30b).

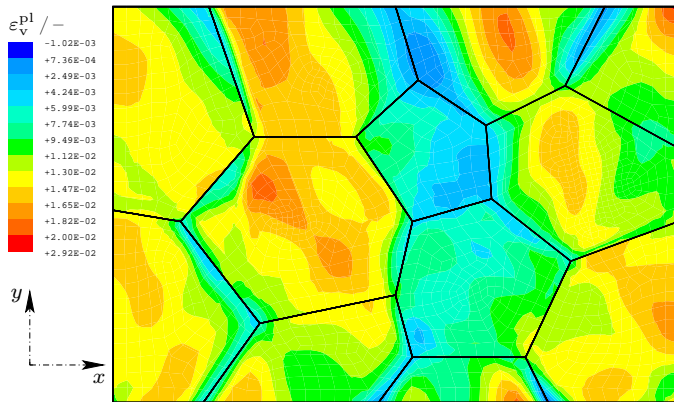


b: Vollständige Verläufe.

Abbildung 6.30: Technische Spannungs-Dehnungs-Verläufe der drei Gefügeausschnittsmodelltypen (a – rein polykristallines Gefüge; b – Gefüge aus Kristalliten und Eutektikum; c – vollständiges Gefüge).



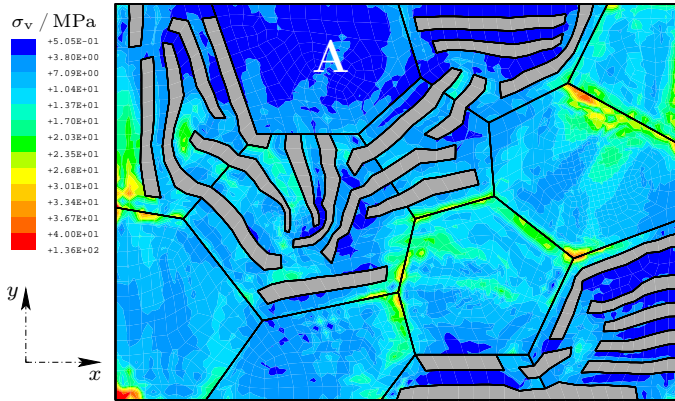
a: Misessche Vergleichsspannung  $\sigma_v$ .



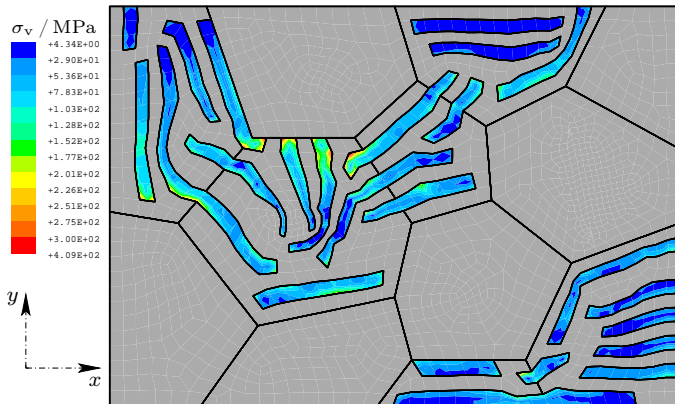
b: Plastische Vergleichsdehnung  $\varepsilon_v^{pl}$ .

Abbildung 6.31: Verteilung der Misesschen Vergleichsspannung  $\sigma_v$  und der plastischen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_v^{pl}$  bei dem rein polykristallinen Gefügeausschnittsmodell bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_x^{glob} = 1\%$ .





a: Verteilung in den Kristalliten.



b: Verteilung in den Lamellen.

Abbildung 6.32: Misessche Vergleichsspannung  $\sigma_v$  bei dem Gefügeausschnittsmodell mit Kristalliten und Eutektikum bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_x^{\text{glob}} = 1\%$ .

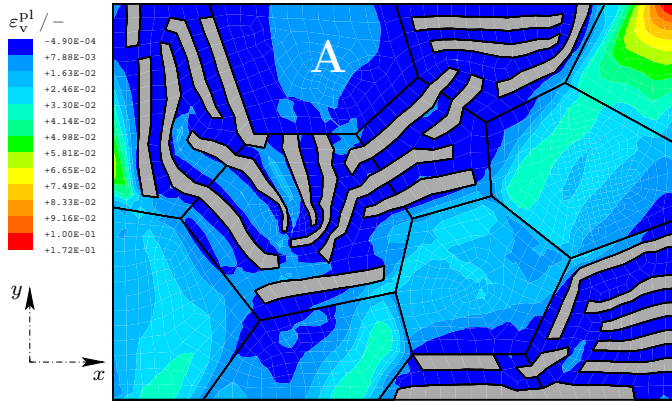


Abbildung 6.33: Verteilung der plastischen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_v^{\text{pl}}$  in den Kristallen bei dem Gefügeausschnittsmodell mit Kristalliten und Eutektikum bei einer globalen Dehnung von  $\varepsilon_x^{\text{glob}} = 1\%$ .

die rein polykristallin aufgebaut sind. Dabei bewegen sich die Vergleichsspannungswerte in allen Kristalliten, mit Ausnahme des einspannungsbedingten Maximums in der unteren linken Ecke, in der gleichen Größenordnung wie bei dem Modell ohne Eutektikum, obwohl bedeutend größere globale Spannungen vorliegen.

Hier zeigen sich die Verbundwerkstoff-Eigenschaften des Eutektikums: Die Spannungen werden von den sehr festen Lamellen übertragen, wodurch die umgebenden Kristallite nur sehr wenig verformt werden. Als Folge dieses Verhaltens treten in den Lamellen schon bei kleinen Verformungen Vergleichsspannungen auf, die bis zu einer Zehnerpotenz größer sind als die in den Kristalliten (siehe Abbildung 6.32).

Die starke Belastung der Lamellen ist, ähnlich wie bei Verbundwerkstoffen, beabsichtigt, da sie größere Spannungen als die Kristallite ertragen können. Allerdings kommt es nach Überschreiten der Zugfestigkeit der Lamellen zu einem sprödebruchähnlichen Versagen von Zellwänden mit geringer plastischer Verformung, wie Experimente an Schaum aus der Legierung AlSi 12 gezeigt haben [55]. Dies ist eine Folge des großen Widerstands von Silizium gegen plastische Verformung, der zum Bruch vor dem Einsetzen von Abgleitprozessen führt (vgl. Seite 118). Die hier gezeigten Simulationsergebnisse erscheinen

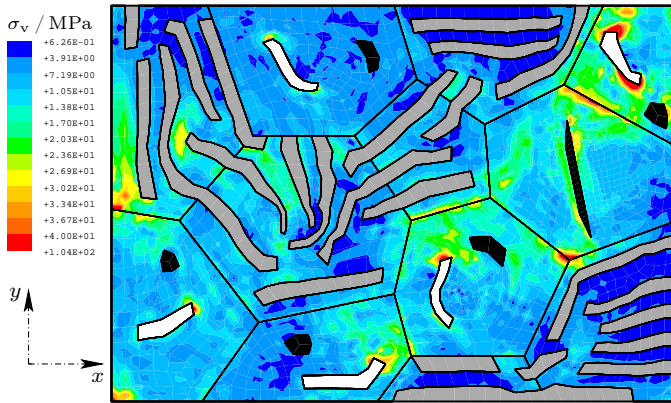
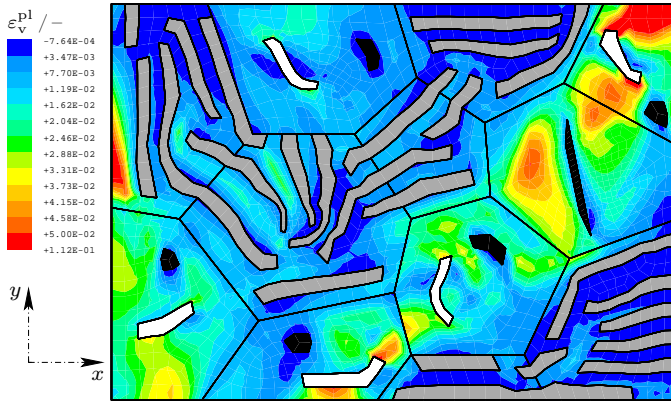

a: Misessche Vergleichsspannung  $\sigma_v$ .

b: Plastische Vergleichsdehnung  $\epsilon_v^{pl}$ .

Abbildung 6.34: Verteilung der Misesschen Vergleichsspannung  $\sigma_v$  und der plastischen Vergleichsdehnung  $\epsilon_v^{pl}$  in den Kristalliten bei dem vollständigen Gefügeausschnittsmodell bei einer globalen Dehnung von  $\epsilon_x^{glob} = 1\%$ .

aufgrund der sich ergebenden Spannungsverteilungen geeignet, dieses experimentell beobachtete Verhalten wiederzugeben.

Die Werte der plastischen Vergleichsdehnung  $\varepsilon_v^{\text{pl}}$  sind in dem Modell mit Eutektikum auch bei Vernachlässigung des einspannungsbedingten Maximums an der rechten oberen Ecke höher als bei dem rein polykristallinen Modell. Dieses Verhalten ergibt sich, da die plastische Verformung fast ausschließlich auf die lamellenfreien Bereiche konzentriert und nicht relativ gleichmäßig über alle Körner verteilt ist (siehe Abbildung 6.32).

Aus den Abbildungen 6.32a und 6.33 geht allerdings hervor, daß ein Netzwerk des Eutektikums die von ihm umgebenen Bereiche gut gegen Spannungs- und Dehnungsüberhöhungen abschirmen kann. So treten in dem in diesen Abbildungen mit *A* markierten Korn, das fast vollständig von dem Eutektikum umgeben ist, keine Vergleichsspannungs- und Vergleichsdehnungsmaxima auf. Dagegen weisen die anderen kristallinen Bereiche solche Extremstellen auf. Bei einer Modellierung eines größeren Gefügebrauchschnitts, der von einem Netzwerk aus Eutektikum durchzogen ist, könnten solche stärkeren plastischen Verformungen daher vermutlich vermieden werden.

Die Untersuchung des vollständigen Gefügebrauchschnittsmodells bringt nur wenige neue Erkenntnisse. Wie bei den Zellwandmodellen zeigt sich, daß Poren potentielle Ausgangspunkte für Schädigungsvorgänge sind, in deren Umgebung Maxima von Misesscher Vergleichsspannung und plastischer Vergleichsdehnung auftreten (siehe Abbildung 6.34).

Auch die nadelige Eisen-Phase stellt einen potentiellen Ausgangspunkt für Schädigungsvorgänge dar, da sich in ihrer Umgebung ebenfalls Maxima der Misesschen Vergleichsspannung bilden (siehe Abbildung 6.34a). Sie entstehen, wie an Korngrenzen oder Tripelpunkten, aufgrund von starker Verfestigung durch Mehrfachgleitung, die wegen der erschwerten Verformungskompatibilität an der Phasengrenze erforderlich ist. Diese Verfestigung führt, zusammen mit der in der Umgebung der Poren, zu den erhöhten globalen Spannungswerten im Vergleich zu dem fehlerfreien eutektischen Modell (siehe Abbildung 6.30b). Aufgrund der großen Steifigkeit der Eisen-Phase und der Überreste des  $\text{TiH}_2$  kommt es in deren Umgebung dagegen nur zu geringen plastischen Verformungen (siehe Abbildung 6.34b). In dieser Beziehung haben diese Einschlüsse eine ähnliche Wirkung wie die Silizium-Lamellen.

Allerdings sind hier die Grenzen der bisherigen Modellierungsmethoden erreicht. Es hat sich in Experimenten gezeigt, daß insbesondere bei Einschlüssen aus Überresten des Aufschäummittels die Phasengrenze zwischen Mischkristall und Einschluß zuerst versagt, wodurch um die Einschlüsse herum duktil wach-

sende Hohlräume entstehen [55]. Demnach ist es notwendig, die Phasengrenzen nicht als feste Knotenkopplungen zu modellieren, sondern so, daß sie durch automatisches Auftrennen gemäß einer vorgegebenen Versagensbedingung als potentielle Ausgangspunkte für Schädigung fungieren können. Unter diesem Gesichtspunkt wurden verschiedene Versuche mit *Kontaktflächen* und *Multi Point Constraints (MPC)* unternommen, die aber aufgrund numerischer Probleme scheiterten. Hier muß abgewartet werden, ob es in Zukunft verbesserte Modellierungsmöglichkeiten in *ABAQUS* gibt, die solche Anforderungen bewältigen können.

### 6.3.3 Zusammenfassung der Ergebnisse

Auch zum Abschluß der Darstellung der Simulationen an Gefügeausschnittsmodellen soll ein kurzer Überblick über die Ergebnisse gegeben werden:

- Durch die sehr harten Lamellen des Eutektikums wird die Festigkeit der Gefügestruktur erhöht. Die Mischkristallbereiche werden entlastet und nur wenig gedehnt, während die Spannungen fast vollständig von den Lamellen übertragen werden.
- Poren und die nadelige Eisen-Phase sind potentielle Anfangsstellen für Schädigungsprozesse.
- Wenn Schädigungssimulationen mit den Gefügeausschnittsmodellen durchgeführt werden sollen, sind umfangreiche Modellverbesserungen erforderlich, die im Rahmen dieser Arbeit nicht mehr durchführbar waren:
  - Ein Versagenskriterium für das spröde Brechen der Lamellen ist außerhalb der *UMAT* zu programmieren.
  - Die Eigenschaften der Grenzflächen zwischen den Einschlüssen und den Mischkristallbereichen müssen besser modelliert werden, insbesondere im Hinblick auf ein mögliches Versagen. Der Erfolg dieses Punkts hängt allerdings stark von der Verbesserung der in dem jeweils verwendeten FE-Programmpaket enthaltenen Formulierungen für Kontaktflächen o. ä. ab.
  - Abschließend ist es (als aufwendigster Schritt) anzustreben, das Verhalten aller Gefügebestandteile, und nicht nur des Mischkristallbereichs, mit kristallplastischen Werkstoffmodellen abzubilden.



## 7 Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit beschäftigt sich mit der Simulation des Einflusses der Mikrostruktur auf die mechanischen Eigenschaften von metallischen Schäumen. Die Motivation für solche Untersuchungen ging von verschiedenen metallographischen Untersuchungen aus, die zeigen, daß die Zellwände von Metallschäumen oft nur ein Korn dick sind und neben Mischkristallen und Eutektikum auch Poren, Risse und weitere Phasen, wie z.B. Überreste des Aufschäummittels  $\text{TiH}_2$ , enthalten. Trotz dieser Ergebnisse, die vermuten lassen, daß die Zellwände in ihrem mechanischen Verhalten eine starke Mikrostrukturabhängigkeit aufweisen, wurde in bisherigen Simulationsrechnungen für das Verhalten der Zellwände i. a. ein Materialgesetz der massiven Ausgangslegierung eines Schaums verwendet.

Das Ziel dieser Arbeit war es, aufzuzeigen, welche Einflüsse die Mikrostruktur auf die mechanischen Eigenschaften der Zellwände hat und wie eine im Hinblick auf die mechanischen Eigenschaften optimierte Mikrostruktur aussehen kann.

Für die Simulationsrechnungen wurde ein am Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre entwickeltes kristallplastisches Werkstoffmodell als benutzerdefiniertes Materialverhalten in das FE-Programm *ABAQUS* eingebunden. Dieses Werkstoffmodell, das für Metalle mit kubisch-flächenzentrierter Gitterstruktur im Tieftemperaturbereich gilt, erfaßt Abgleitvorgänge auf den zwölf oktaedrischen Gleitsystemen dieses Gittertyps. Außerdem werden Versetzungsmultiplikations- und Versetzungsannihilationsvorgänge sowie isotrope und kinematische Verfestigung berücksichtigt.

Zunächst wurden Simulationsrechnungen an verschiedenen Zellwandmodellen durchgeführt, deren äußere Gestalt sich an der Form realer Zellwände orientierte. Die Zellwandmodelle wiesen unterschiedliche Mikrostrukturen auf: Es gab fein- und grobkörnige Modelle, jeweils mit und ohne Poren und Risse, so daß insgesamt vier verschiedene Zellwandmodelltypen zur Verfügung standen.

Bei Simulationen von Zugversuchen an diesen Modellen wurde deutlich, daß die Poren und Risse potentielle Ausgangspunkte für Schädigungsvorgänge sind. Deshalb ist es sinnvoll, den Herstellungsprozeß von Metallschäumen so zu verbessern, daß solche Fehlerstellen minimiert werden. Außerdem zeigte sich, daß Zellwände mit nur einem Korn in Dickenrichtung in ihren mechanischen Eigenschaften eine große Bandbreite aufweisen, da sich bei ihnen die anisotropen Eigenschaften der einzelnen Kristalle sehr stark auswirken. Schon bei drei Körnern in Dickenrichtung verminderte sich diese Bandbreite deutlich. Da nur bei einer geringen Bandbreite reproduzierbare mechanische Eigenschaften gewährleistet werden können, sollte versucht werden, bei der Herstellung von Metallschäumen feinkörnigere Zellwandgefüge als bisher zu erzielen.

Außerdem wurden Simulationen an Gefügeausschnitten durchgeführt, bei denen die Mikrostruktur detaillierter als bei den Zellwandmodellen erfaßt wurde. Bei diesen Untersuchungen wurden neben Poren und Rissen auch weitere Gefügebestandteile berücksichtigt, wie das Eutektikum, Überreste des Aufschäummittels  $\text{TiH}_2$  und eine nadelige Eisen-Phase.

Es bestätigte sich, daß die in den Zellwänden enthaltenen Poren potentielle Ausgangspunkte für Schädigung sind. Außerdem wurde deutlich, daß das Eutektikum von Aluminium-Silizium mit seinen harten Silizium-Lamellen in einer duktilen Grundmasse aus Aluminium-Mischkristallen Verbundwerkstoffeigenschaften besitzt. So zeigte sich, daß Spannungen vor allem in den Lamellen übertragen werden und daß das Eutektikum die von ihm umgebenen Mischkristallbereiche gegen Spannungs- und Dehnungsüberhöhungen abschirmen kann. Allerdings untermauern diese Ergebnisse auch experimentelle Beobachtungen, nach denen es nach dem spröden Versagen der Lamellen zu einem Bruch der gesamten Zellwand mit nur geringer vorheriger plastischer Verformung kommt.

Um nicht nur Aussagen über mögliche Anfangspunkte von Schädigung, sondern auch über ihren Fortschritt treffen zu können, wurde das kristallplastische Werkstoffmodell um ein Schädigungsmodell erweitert. Dieses basiert auf dem Grundgedanken, die Schädigung durch das Löschen von Elementen zu simulieren. Da dieses aber numerisch problematisch ist, werden in Elementen, in denen ein Grenzwert für das Einsetzen von Schädigung überschritten wird, die elastischen Moduln so weit abgesenkt, daß nur noch die Übertragung sehr geringer Spannungen möglich ist. Im Gegensatz zu dem vollständigen Löschen entsprechender Elemente führt diese Vorgehensweise nur selten zu numerischen Problemen. Außerdem hat sie den Vorteil, daß der Ort des Einsetzens der Schädigung und die Richtung des Schädigungsfortschritts nicht vor Beginn der Simulation im Modell festgelegt, sondern während der Analyse aufgrund der ermittelten Zustandsgrößen vom Programm ohne Eingriff von außen ermittelt werden.



---

Obwohl dieses Schädigungsmodell noch Schwachstellen aufweist, konnten mit ihm wichtige Hinweise zum Einfluß der Mikrostruktur auf den Verlauf von Schädigungsvorgängen gewonnen werden. So zeigten auch die Schädigungssimulationen, daß eine feinkörnige Struktur Vorteile gegenüber einer grobkörnigen hat, da Korngrenzen in der Lage sind, das Wachstum von Rissen zu stoppen. Außerdem wurde erneut deutlich, daß Poren und Risse möglichst vermieden werden müssen, da sie häufig Anfangspunkte von Schädigungsvorgängen sind.

Trotz einer Anpassung der Parameter des kristallplastischen Werkstoffmodells an die Werte, die experimentell an Aluminium-Einkristallen ermittelt wurden, haben die hier vorgestellten Simulationsergebnisse nur qualitativen Charakter. Eine Anpassung an Experimente konnte aufgrund des Fehlens geeigneter Versuchseinrichtungen bisher nicht durchgeführt werden. Sie sollte in Zukunft Priorität haben und noch vor weiteren Simulationen durchgeführt werden. Eine Möglichkeit zur experimentellen Verifikation besteht darin, die Mikrostruktur einzelner Zellwände zu untersuchen und in FE-Modelle umzusetzen. Anschließend können mit Hilfe eines optischen Feldmeßverfahrens die bei diesen Zellwänden auftretenden Dehnungsfelder und die Verschiebungen der Ränder der modellierten Bereiche im Zuge von Experimenten gemessen werden. Diese Dehnungsfelder können dann mit denen aus Simulationen verglichen werden, in die die experimentell gemessenen Verschiebungen der Modellränder als Randbedingungen eingehen.

Bei dem Schädigungsmodell sind in Zukunft noch verschiedene Verbesserungen erforderlich, um mit ihm auch quantitative Aussagen, z. B. über die Bruchdehnung, machen zu können. Es ist insbesondere anzustreben, mit deutlich kürzeren Steps zu arbeiten und die Reduzierung der elastischen Moduln eines Elements in möglichst kurzer Zeit durchzuführen. Auch das gleichzeitige Löschen aller Elemente, in denen der vorgegebene Grenzwert für das Einsetzen von Schädigung überschritten wird, sollte versucht werden. Allerdings kann es sein, daß diese Änderungen zusammen oder allein numerische Probleme hervorrufen. Daher werden umfangreiche Simulationen notwendig sein, um die Parameter des Schädigungsmodells so anzupassen, daß dessen Leistungsfähigkeit voll ausgenutzt wird.

Im Anschluß daran ist es sinnvoll, die Anwendung des Schädigungsmodells auch bei Materialverhalten, das nicht über eine *UMAT* definiert wird, zu ermöglichen und weitere Versagenskriterien zu implementieren. Mit diesen Erweiterungen kann dann auch die Schädigung bei so komplexen Strukturen wie einem Gefüge aus duktilen Kristallen und spröden Silizium-Lamellen simuliert werden. Als letzter, allerdings sehr aufwendiger Schritt ist es denkbar, das Ver-

halten aller Gefügebestandteile, und nicht nur des Mischkristallbereichs, mit kristallplastischen Werkstoffmodellen abzubilden.

Die Verfeinerung des FE-Netzes, die bei allen in dieser Arbeit gezeigten Simulationen wünschenswert ist, dürfte bei zukünftigen Untersuchungen aufgrund der sich schnell entwickelnden Leistungsfähigkeit von Rechnern und des immer umfangreicher werdenden Festplattenplatzes nur noch geringe Probleme hervorrufen.

# Anhang



# A Formelzeichen

## Skalare

$a, c$	– Gitterkonstanten,
$a_s, a_g, a_h,$ $a_p, a_1, a_e$	– werkstoffabhängige Konstanten zur Beschreibung der Stärke der Wechselwirkungen zwischen Versetzungen verschiedener Gleitsysteme (Elemente der Korrelationsmatrix $\underline{A}$ ),
$\tilde{a}_5, \tilde{b}_5, \tilde{a}_6, \tilde{b}_6$	– werkstoffabhängige Konstanten in den kinetischen Gleichungen,
$\tilde{c}, \tilde{d}$	– werkstoffabhängige Konstanten in der Entwicklungsgleichung für die kinematische Rückspannung,
$\hat{d}_{11}, \hat{d}_{12}, \hat{d}_{44}$	– elastische Moduln bei kubisch-flächenzentrierten Gittern,
$h, k, l$	– Millersche Indizes,
$k_{fl}$	– Fließspannung,
$t_e$	– Stegdicke,
$t_f$	– Zellwanddicke,
$u, v, w$	– Richtungsindizes,
$y_c$	– kritischer Annihilationsabstand,
$A$	– Querschnittsfläche,
$A_0$	– ursprüngliche Querschnittsfläche,
$E$	– Elastizitätsmodul,
$F$	– Kraft,
$G$	– Schubmodul,
$\tilde{K}$	– werkstoffabhängige Konstante in der Entwicklungsgleichung für die Versetzungsdichte,
$L$	– Probenlänge,
$L_0$	– ursprüngliche Probenlänge,

LHR	– Latentes Verfestigungsverhältnis ( <i>Latent Hardening Ratio</i> ) nach Gleichung (4.12),
$T_s$	– Schmelztemperatur,
$\gamma^{(S)}$	– Abgleitung auf dem Gleitsystem $S$ ,
$\varepsilon$	– technische Dehnung,
$\varepsilon_v^{\text{pl}}$	– plastische Vergleichsdehnung nach Gleichung (5.25),
$\varepsilon_w$	– wahre Dehnung,
$\tilde{\lambda}^{(S)}, \tilde{\phi}^{(S)}$	– Winkel bei der Bestimmung der Schmid'schen Schubspannung auf dem Gleitsystem $S$ ,
$\nu$	– Querkontraktionszahl,
$\varrho$	– Dichte (spezifisches Gewicht) eines Materials,
$\varrho^{(S)}$	– Versetzungsdichte auf dem Gleitsystem $S$ ,
$\sigma$	– technische Spannung,
$\sigma_v$	– Misessche Vergleichsspannung nach Gleichung (5.24),
$\sigma_w$	– wahre Spannung,
$\tau_0$	– werkstoffabhängige Konstante zur Berücksichtigung der Verfestigungswirkung von Fremdatomen,
$\tau^{(S)}$	– (Schmid'sche) Schubspannung auf dem Gleitsystem $S$ ,
$\tau_\Omega^{(S)}$	– Schubspannung auf dem Gleitsystem $S$ , verursacht durch die kinematischen Rückspannungen auf allen Gleitsystemen,
$\psi, \vartheta, \varphi$	– Euler-Winkel,
$\Delta L$	– Längenänderung einer Probe,
$\Delta t$	– Zeitinkrement,
$\Delta \Delta t$	– Sub-Zeitinkrement,
$\Omega^{(S)}$	– kinematische Rückspannung auf dem Gleitsystem $S$ ,
$\phi$	– Materialanteil in den Knoten einer Schaumstruktur.

## Vektoren

$d\mathbf{s}$	– Linienelement der Versetzungslinie,
$\underline{b},  \underline{b} $	– Burgersvektor, Betrag des Burgersvektors
$\underline{\hat{m}}^{(S)}$	– normierter Gleitrichtungsvektor des Gleitsystems $S$ im Kristallkoordinatensystem,
$\underline{\hat{n}}^{(S)}$	– normierter Gleitebenennormalenvektor des Gleitsystems $S$ im Kristallkoordinatensystem,
$\underline{\varepsilon}$	– Verzerrungszustand in Voigtscher Schreibweise,
$\underline{\sigma}$	– Spannungszustand in Voigtscher Schreibweise.

---

## Matrizen

$\underline{a}, \underline{\Phi}, \underline{\Psi}$	– Matrizen zur Transformation zwischen globalen und lokalen Koordinaten,
$\underline{z}$	– Korrelationsmatrix zur Beschreibung der Auswirkungen der Versetzungsdichte eines Gleitsystems auf Versetzungsmultiplikations- und Versetzungsannihilationsvorgänge auf anderen Gleitsystemen,
$\underline{A}$	– Korrelationsmatrix zur Beschreibung der Stärke der Wechselwirkungen zwischen Versetzungen verschiedener Gleitsysteme,
$\underline{\hat{D}}$	– Hookesche Elastizitätsmatrix im Kristallkoordinatensystem,
$\underline{\underline{K}}$	– Steifigkeitsmatrix in <i>ABAQUS</i> ,
$\underline{\underline{\alpha}}, \underline{\underline{\tilde{\alpha}}}$	– Matrizen zur Transformation zwischen lokalen und Gleitsystem-Koordinaten.

## Koordinatensysteme

$x, y, z$	– globales Koordinatensystem,
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$	– lokales Koordinatensystem (Kristallkoordinatensystem),
$m, n, s$	– Gleitsystem-Koordinatensystem.

## Indizes

$(\ )^{\text{el}}$	– elastisch,
$(\ )^{\text{glob}}$	– global,
$(\ )^{\text{pl}}$	– plastisch,
$(\ )^{\text{pr}}$	– Größe auf dem Primärgleitsystem,
$(\ )^{\text{GK}}$	– Größe in Gleitsystem-Koordinaten,
$(\ )^{(L)}$	– Größe auf einem latentem Gleitsystem $L$ ,
$(\ )^{(S)}$	– Größe auf dem Gleitsystem $S$ ,
$(\ )_{\text{eff}}$	– effektiv,
$(\ )_{\text{f}}$	– Kenngröße eines Schaums ( <i>foam</i> ),
$(\ )_{\text{krit}}$	– kritisch,
$(\ )_{\text{s}}$	– Kenngröße eines massiven Materials ( <i>solid</i> ),
$(\ )^{\wedge}$	– Größe in lokalen Koordinaten.

### Klammern für Millersche Indizes

$\{ \}$	– gleichartige Ebenen,
$( )$	– bestimmte Ebenen,
$\langle \rangle$	– gleichartige Richtungen,
$[ ]$	– bestimmte Richtungen.



## B Die oktaedrischen Gleitsysteme

In Abschnitt 4.2.4 wurden die zwölf oktaedrischen Gleitsysteme des kubisch-flächenzentrierten Gitters und ihre Lage in einer Elementarzelle eingeführt. Für ihre Berücksichtigung bei der numerischen Umsetzung des in Kapitel 5 vorgestellten kristallplastischen Werkstoffmodells war es erforderlich, die jeweiligen Gleitebenennormalen- und Gleitrichtungsvektoren in einem Kristallkoordinatensystem aufzustellen. Dieses lokale Koordinatensystem mit den Achsen  $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  und  $\hat{z}$  wurde zusammen mit den Gleitsystemen eingeführt (siehe Abbildung 4.6). Abbildung B.1 zeigt zur besseren Übersichtlichkeit noch einmal die Lage der Gleitsysteme in einer kubisch-flächenzentrierten Elementarzelle unter Verwendung der Numerierung nach JORDAN und WALKER [48], die auch bei der numerischen Umsetzung verwendet wurde. Die Pfeile in Abbildung B.1 zeigen dabei in Richtung der positiven Gleitrichtungsvektoren  $\hat{m}^{(S)}$ . In Tabelle B.1 findet sich eine Zusammenstellung aller zugehörigen normierten Gleitebenennormalenvektoren  $\hat{n}^{(S)}$  und Gleitrichtungsvektoren  $\hat{m}^{(S)}$  im Kristallkoordinatensystem.

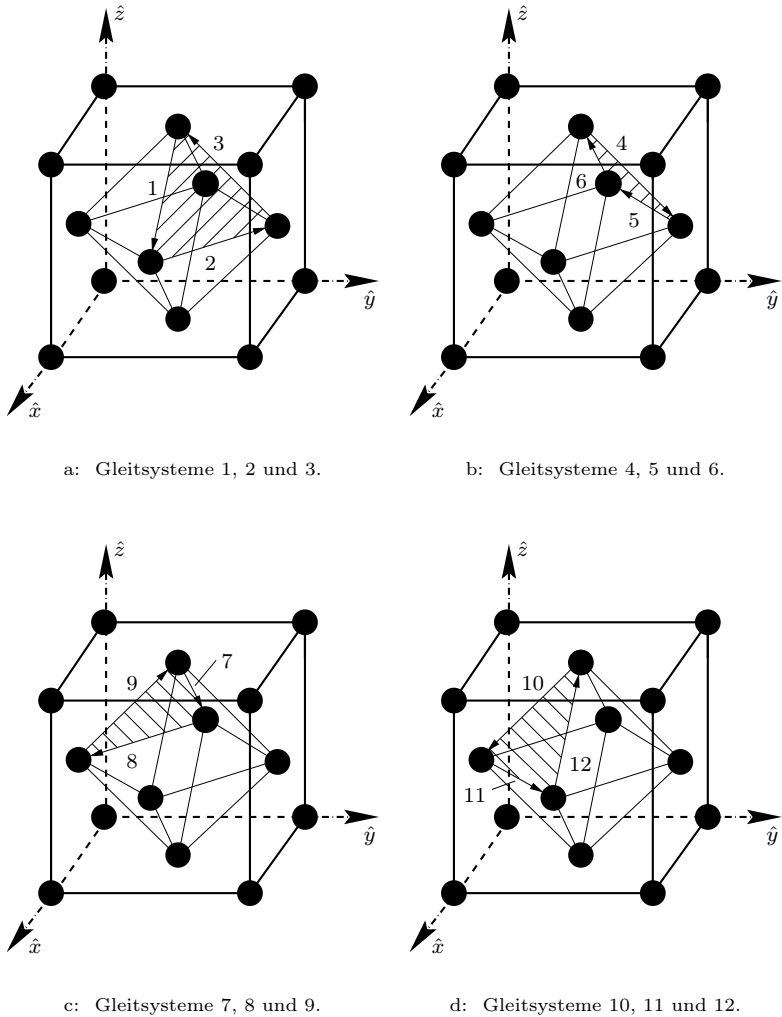


Abbildung B.1: Die zwölf oktaedrischen Gleitsysteme des kubisch-flächenzentrierten Gitters. Die Numerierung erfolgt nach JORDAN und WALKER [48]. Die Pfeile weisen in Richtung der positiven Gleitrichtungsvektoren  $\underline{m}^{(S)}$ .

Tabelle B.1: Normierte Gleitebenennormalenvektoren  $\hat{n}^{(S)}$  und Gleitrichtungsvektoren  $\hat{m}^{(S)}$  der zwölf oktaedrischen Gleitsysteme des kubisch-flächenzentrierten Gitters.

$S$	Gleitebenennormalenvektor $\hat{n}^{(S)}$	Gleitrichtungsvektor $\hat{m}^{(S)}$
1	$\hat{n}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)^T$	$\hat{m}^{(1)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1)^T$
2	$\hat{n}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)^T$	$\hat{m}^{(2)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 1, 0)^T$
3	$\hat{n}^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)^T$	$\hat{m}^{(3)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, 1)^T$
4	$\hat{n}^{(4)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, 1, 1)^T$	$\hat{m}^{(4)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, -1)^T$
5	$\hat{n}^{(5)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, 1, 1)^T$	$\hat{m}^{(5)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, -1, 0)^T$
6	$\hat{n}^{(6)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, 1, 1)^T$	$\hat{m}^{(6)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, 1)^T$
7	$\hat{n}^{(7)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, -1, 1)^T$	$\hat{m}^{(7)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 0, -1)^T$
8	$\hat{n}^{(8)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, -1, 1)^T$	$\hat{m}^{(8)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)^T$
9	$\hat{n}^{(9)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(-1, -1, 1)^T$	$\hat{m}^{(9)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, 1)^T$
10	$\hat{n}^{(10)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, 1)^T$	$\hat{m}^{(10)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, -1, -1)^T$
11	$\hat{n}^{(11)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, 1)^T$	$\hat{m}^{(11)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1, 0)^T$
12	$\hat{n}^{(12)} = \frac{1}{\sqrt{3}}(1, -1, 1)^T$	$\hat{m}^{(12)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(-1, 0, 1)^T$





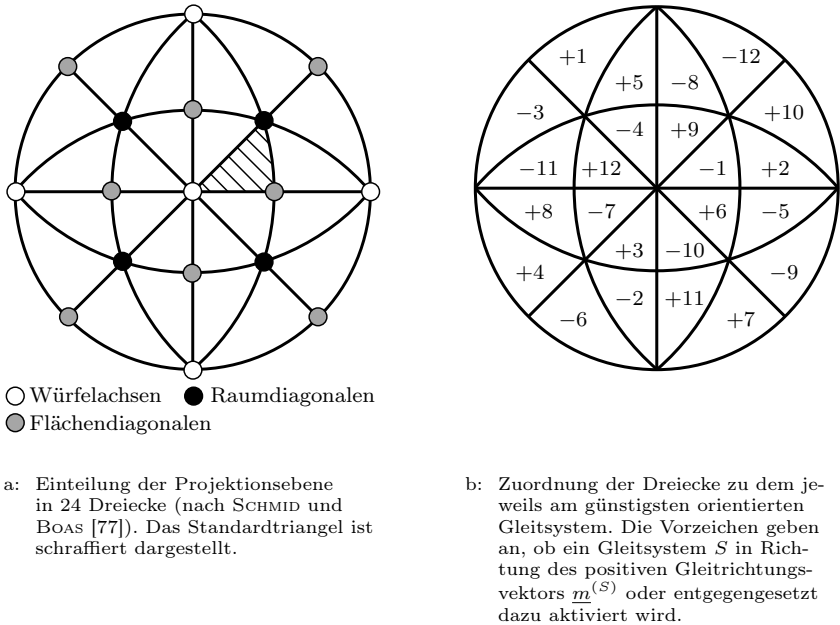


Abbildung C.2: Die Projektionsebene bei der Inversen Stereographischen Projektion.

Projektionsebene auf. Dann wird der Durchstoßpunkt D der Zugachse durch die obere Halbkugel mit dem Projektionspol  $(0, 0, -1)$  verbunden. Der Punkt, an dem diese Verbindungslinie die Projektionsebene durchstößt, ist der Projektionspunkt P der Zugachse.

Die Projektionsebene ist wiederum in 24 Dreiecke<sup>1</sup> unterteilt (siehe Abbildung C.2a). Diese entstehen durch Projektion der Kristallachsen und der Flächen- und Raumdiagonalen der kubisch-flächenzentrierten Elementarzelle (Schnittpunkte) sowie der  $\{001\}$ - und  $\{011\}$ -Ebenen (Verbindungslinien). Aufgrund der Symmetrie der kubisch-flächenzentrierten Elementarzelle sind alle Dreiecke gleichberechtigt. Jedes Dreieck stellt den Projektionsbereich dar, in dem eines der Gleitsysteme für die Abgleitung am günstigsten orientiert ist. Dabei sind jedem Gleitsystem zwei Dreiecke zugeordnet, eines für Abgleitung

<sup>1</sup> Man spricht i. a. von Dreiecken, obwohl jeweils mindestens eine der Seiten ein Abschnitt eines Kreisbogens ist.

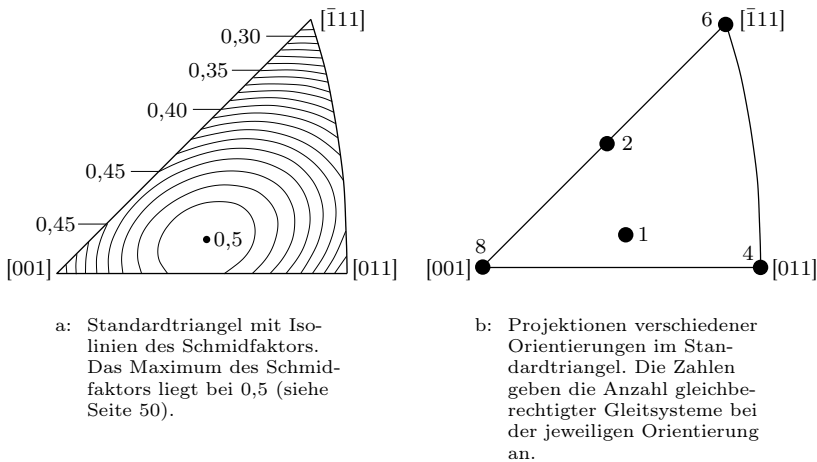


Abbildung C.3: Standardtriangel (nach SCHACHT [76]).

in positive und eines für Abgleitung in negative Gleitrichtung (siehe Abbildung C.2b). Abgleitung in positive Gleitrichtung bedeutet, daß die Abgleitung in Richtung des Gleitrichtungsvektors  $\hat{m}^{(S)}$  erfolgt, Abgleitung in negative Gleitrichtung, daß sie entgegen  $\hat{m}^{(S)}$  erfolgt. Um verschiedene Experimente vergleichen zu können, wird das Kristallkoordinatensystem so gewählt, daß das Primärsystem immer die Bezeichnung  $(111)[\bar{1}01]$  trägt. Der Projektionspunkt P der Zugachse liegt dadurch immer in dem in Abbildung C.2a schraffierten Bereich. Dieser Bereich wird auch als *Standardtriangel* bezeichnet (siehe Abbildung C.3).

Die Darstellung des Standardtriangles ist daher ausreichend, um zu erkennen, ob ein Kristall günstig für Einfach- oder für Mehrfachgleitung orientiert ist (siehe auch Abbildung 4.16 auf Seite 58). Je nach Lage des Projektionspunkts P der Zugachse im Standardtriangel ändert sich der Schmidfaktor des Primärsystems (siehe Abbildung C.3a). Liegt der Projektionspunkt auf einer der Kanten des Standardtriangles, so sind zwei Gleitsysteme gleichberechtigt, d. h. sie haben die gleichen Schmidfaktoren. Fällt er mit einem der Eckpunkte des Standardtriangles zusammen, so sind es bei der  $[011]$ -Richtung vier, bei der  $[\bar{1}11]$ -Richtung sechs und bei der  $[001]$ -Richtung acht gleichberechtigte Gleitsysteme (siehe Abbildung C.3b).





## D Matrizen

Im folgenden werden die wichtigsten Matrizen dargestellt, die bei der numerischen Umsetzung des kristallplastischen Werkstoffmodells benötigt werden (siehe Kapitel 5.4). Auf die Herleitungen der einzelnen Matrizen wird hier verzichtet. Sie finden sich in ausführlicher Form bei HARDER [39].

### D.1 Transformationsmatrizen

Die Orientierung eines Kristalls im Raum wird über die drei *Euler-Winkel*  $\psi$ ,  $\vartheta$  und  $\varphi$  beschrieben (siehe z. B. bei BUNGE [13]). Mit ihrer Hilfe läßt sich das globale  $x$ - $y$ - $z$ -Koordinatensystem durch drei nacheinander ausgeführte Drehungen in das lokale  $\hat{x}$ - $\hat{y}$ - $\hat{z}$ -Koordinatensystem überführen:

1. Drehung um den Winkel  $\psi$  um die  $z$ -Achse liefert das  $x'$ - $y'$ - $z'$ -Koordinatensystem.
2. Drehung um den Winkel  $\vartheta$  um die  $x'$ -Achse liefert das  $x''$ - $y''$ - $z''$ -Koordinatensystem.
3. Drehung um den Winkel  $\varphi$  um die  $z''$ -Achse liefert das  $\hat{x}$ - $\hat{y}$ - $\hat{z}$ -Koordinatensystem.

Die Euler-Winkel werden bei der Aufstellung der Transformationsmatrizen  $\underline{a}$ ,  $\underline{\psi}$  und  $\underline{\varphi}$  verwendet. Diese dienen zur Transformation zwischen globalen und lokalen Koordinaten. Die Matrizen  $\underline{\alpha}$  und  $\underline{\tilde{\alpha}}$  werden dagegen zur Transformation zwischen lokalen und Gleitsystem-Koordinaten benötigt.

$$\underline{a}_{\equiv} = \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\varphi - \sin\psi \cos\vartheta \sin\varphi & \sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \cos\vartheta \sin\varphi & \sin\vartheta \sin\varphi \\ -\cos\psi \sin\varphi - \sin\psi \cos\vartheta \cos\varphi & -\sin\psi \sin\varphi - \cos\psi \cos\vartheta \cos\varphi & \sin\vartheta \cos\varphi \\ \sin\psi \sin\vartheta & -\cos\psi \sin\vartheta & \cos\vartheta \end{pmatrix}. \quad (\text{D.1})$$

Die Matrizen  $\underline{\Psi}$  und  $\underline{\Phi}$  setzen sich aus den Elementen der Matrix  $\underline{a}$  zusammen:

$$\underline{\Psi}_{\equiv} = \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & 2a_{11}a_{12} & 2a_{12}a_{13} & 2a_{13}a_{11} \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & 2a_{21}a_{22} & 2a_{22}a_{23} & 2a_{23}a_{21} \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 & 2a_{31}a_{32} & 2a_{32}a_{33} & 2a_{33}a_{31} \\ a_{11}a_{21} & a_{12}a_{22} & a_{13}a_{23} & a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12} & a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22} & a_{13}a_{21} + a_{23}a_{11} \\ a_{21}a_{31} & a_{22}a_{32} & a_{23}a_{33} & a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31} & a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32} & a_{23}a_{31} + a_{33}a_{21} \\ a_{31}a_{11} & a_{32}a_{12} & a_{33}a_{13} & a_{31}a_{12} + a_{11}a_{32} & a_{32}a_{13} + a_{12}a_{33} & a_{33}a_{11} + a_{13}a_{31} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.2})$$

$$\underline{\Phi}_{\equiv} = \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 & a_{13}^2 & a_{11}a_{12} & a_{12}a_{13} & a_{13}a_{11} \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 & a_{23}^2 & a_{21}a_{22} & a_{22}a_{23} & a_{23}a_{21} \\ a_{31}^2 & a_{32}^2 & a_{33}^2 & a_{31}a_{32} & a_{32}a_{33} & a_{33}a_{31} \\ 2a_{11}a_{21} & 2a_{12}a_{22} & 2a_{13}a_{23} & a_{11}a_{22} + a_{21}a_{12} & a_{12}a_{23} + a_{13}a_{22} & a_{13}a_{21} + a_{23}a_{11} \\ 2a_{21}a_{31} & 2a_{22}a_{32} & 2a_{23}a_{33} & a_{21}a_{32} + a_{22}a_{31} & a_{22}a_{33} + a_{23}a_{32} & a_{23}a_{31} + a_{33}a_{21} \\ 2a_{31}a_{11} & 2a_{32}a_{12} & 2a_{33}a_{13} & a_{31}a_{12} + a_{11}a_{32} & a_{32}a_{13} + a_{12}a_{33} & a_{33}a_{11} + a_{13}a_{31} \end{pmatrix}. \quad (\text{D.3})$$

$$\underline{\underline{\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{D.4})$$

$$\underline{\underline{\alpha}}_z = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 & 2 & -2 & 2 & -2 & 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 2 & -2 & 2 & -2 & 0 & 0 & 2 & -2 & 2 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 2 & -2 & 0 & 2 & -2 & 0 & 2 & -2 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{D.5})$$

## D.2 Weitere Matrizen

$$\underline{\underline{z}} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{D.6})$$

$$\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} a_e & a_p & a_p & a_g & a_s & a_h & a_h & a_g & a_s & a_g & a_g & a_l \\ a_p & a_e & a_p & a_g & a_h & a_s & a_g & a_l & a_g & a_s & a_h & a_g \\ a_p & a_p & a_e & a_l & a_g & a_g & a_s & a_g & a_h & a_h & a_s & a_g \\ a_g & a_g & a_l & a_e & a_p & a_p & a_g & a_s & a_h & a_h & a_g & a_s \\ a_s & a_h & a_g & a_p & a_e & a_p & a_g & a_h & a_s & a_g & a_l & a_g \\ a_h & a_s & a_g & a_p & a_p & a_e & a_l & a_g & a_g & a_s & a_g & a_h \\ a_h & a_g & a_s & a_g & a_g & a_l & a_e & a_p & a_p & a_g & a_s & a_h \\ a_g & a_l & a_g & a_s & a_h & a_g & a_p & a_e & a_p & a_g & a_h & a_s \\ a_s & a_g & a_h & a_h & a_s & a_g & a_p & a_p & a_e & a_l & a_g & a_g \\ a_g & a_s & a_h & a_h & a_g & a_s & a_g & a_g & a_l & a_e & a_p & a_p \\ a_g & a_h & a_s & a_g & a_l & a_g & a_s & a_h & a_g & a_p & a_e & a_p \\ a_l & a_g & a_g & a_s & a_g & a_h & a_h & a_s & a_g & a_p & a_p & a_e \end{pmatrix}. \quad (\text{D.7})$$

# Literaturverzeichnis

- [1] *ABAQUS/Standard User's Manual (Version 5.7)*, volume III, pages 25.2.35-1–25.2.35-7. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc., Pawtucket, USA, 1997.
- [2] ANDREWS, E. W. and L. J. GIBSON: *The influence of cracks, notches and holes on the tensile strength of cellular solids*. Acta Materialia, 49:2975–2979, 2001.
- [3] ASHBY, M. F., A. G. EVANS, J. W. HUTCHINSON, and N. A. FLECK (editors): *Metal Foams: A Design Guide*. University of Cambridge, 4th edition, 1998.
- [4] BANHART, J.: *Production methods for metallic foams*. In BANHART, J. and H. EIFERT (editors): *Proceedings of the Fraunhofer USA Metal Foam Symposium*, pages 3–11, Stanton (USA), 1997. MIT-Verlag.
- [5] BANHART, J.: *Manufacturing routes for metallic foams*. JOM – The Member Journal of the Minerals, Metals & Materials Society, 52(12):22–27, 2000.
- [6] BANHART, J. and J. BAUMEISTER: *Deformation characteristics of metal foams*. Journal of Materials Science, 33:1431–1440, 1998.
- [7] BANHART, J. and J. BAUMEISTER: *Production methods for metallic foams*. In SCHWARTZ, D. S., D. S. SHIH, A. G. EVANS, and H. N. G. WADLEY (editors): *Porous and Cellular Materials for Structural Applications*, pages 121–132, Warrendale (USA), 1998. Materials Research Society.

- [8] BANHART, J., J. BAUMEISTER und M. WEBER: *Herstellung und Anwendungsmöglichkeiten von Bauteilen aus geschäumten Metallen*. Motortechnische Zeitschrift, 63:34–37, 1997.
- [9] BANHART, J., D. BELLMANN, and H. CLEMENS: *Investigation of metal foam formation by ultra-small angle neutron scattering*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 111–116, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [10] BANHART, J. and P. WEIGAND: *Powder metallurgical process for the production of metallic foams*. In BANHART, J. and H. EIFERT (editors): *Proceedings of the Fraunhofer USA Metal Foam Symposium*, pages 13–22, Stanton (USA), 1997. MIT-Verlag.
- [11] BASTAWROS, A.-F., H. BART-SMITH, and A. G. EVANS: *Experimental analysis of deformation mechanisms in a closed-cell aluminium alloy foam*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 48:301–322, 2000.
- [12] BEALS, J. T. and M. S. THOMPSON: *Density gradient effects on aluminium foam compression behaviour*. Journal of Materials Science, 32(7):3595–3600, 1997.
- [13] BUNGE, H. J.: *Mathematische Methoden der Texturanalyse*. Akademie-Verlag, Berlin, 1969.
- [14] COTTRELL, A.: *An Introduction to Metallurgy*. Edward Arnold Ltd., London, 2nd edition, 1975.
- [15] COX, S. J., G. BRADLEY, and D. WEAIRE: *Modelling metallic foam formation*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 99–104, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [16] DAVIES, G. J. and S. ZHEN: *Metallic foams: their production, properties and applications*. Journal of Materials Science, 18:1899–1911, 1983.
- [17] DOEGE, E., H. MEYER-NOLKEMPER und I. SAEED: *Fließkurvenatlas metallischer Werkstoffe*. Carl Hanser Verlag, München, Wien, 1986.
- [18] EHLERS, W. and A. DROSTE: *A continuum model for highly porous aluminium foam*. Technische Mechanik, 19(4):341–350, 1999.

- [19] ELMOUTAOUAKKIL, A., L. SALVO, E. MAIRE, and G. PEIX: *2D and 3D characterisation of metal foams using X-ray tomography*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 245–250, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [20] ESSMANN, U. and H. MUGHRABI: *Annihilation of dislocations during tensile and cyclic deformation and limits of dislocation densities*. The Philosophical Magazine, A 40:731–756, 1979.
- [21] ESTRIN, J.: *Stoffgesetze der plastischen Verformung und Instabilitäten des plastischen Fließens*, Band 642 der Reihe VDI-Forschungshefte. VDI-Verlag, Düsseldorf, 1987.
- [22] FRANCIOSI, P.: *The concepts of latent hardening and strain hardening in metallic single crystals*. Acta Metallurgica, 33(9):1601–1612, 1985.
- [23] FRANCIOSI, P., M. BERVEILLER, and A. ZAOUI: *Latent hardening in copper and aluminium single crystals*. Acta Metallurgica, 28(9):273–283, 1980.
- [24] FROST, H. J. and M. F. ASHBY: *Deformation-Mechanism Maps*. Pergamon Press, Oxford, 1st edition, 1987.
- [25] GALANULIS, K. and A. HOFMANN: *Determination of forming limit diagrams using an optical measurement system*. In GEIGER, M., H. J. J. KALS, B. SHIRVANI, and U. P. SINGH (editors): *Sheet Metal 1999 – Proceedings of the 7th International Conference on Sheet Metal – SheMet’99*, Erlangen (Germany), 1999.
- [26] GENT, A. N. and A. G. THOMAS: *Mechanics of foamed elastic materials*. Rubber Chemistry and Technology, 36:597–610, 1963.
- [27] GERGELY, V., D. C. CURRAN, and T. W. CLYNE: *Drainage of metallic foams – modelling and experimental observations*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 105–110, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [28] GEYER, K.-E.: *A new frontbuffer for suburban railcars*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and*

- Metal Foaming Technology*, pages 31–36, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [29] GIAMEI, A.: *Aero-engine and naval applications for ultra-lightweight metals*. In BANHART, J. and H. EIFERT (editors): *Proceedings of the Fraunhofer USA Metal Foam Symposium*, pages 63–78, Stanton (USA), 1997. MIT-Verlag.
- [30] GIBSON, L. J. and M. F. ASHBY: *The mechanics of three-dimensional cellular materials*. Proceedings of the Royal Society of London, A 382:43–59, 1982.
- [31] GIBSON, L. J. and M. F. ASHBY: *Cellular solids*. Cambridge University Press, 2nd edition, 1997.
- [32] GOLOVIN, I. S. and H.-R. SINNING: *Damping of some aluminium foams at low amplitudes*. Proceedings of the 2nd International School on Mechanical Spectroscopy, Krakow (Poland), 2000, accepted for publication in *Solid State Phenomena*.
- [33] GOLOVIN, I. S., H.-R. SINNING, J. GÖKEN, and W. RIEHEMANN: *Mechanical damping of some Al foams under cyclic deformation*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 323–328, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [34] GOLOVIN, I. S., H.-R. SINNING, J. GÖKEN, and W. RIEHEMANN: *Amplitude dependent damping of some metallic foams*. Proceedings of the 2nd International School on Mechanical Spectroscopy, Krakow (Poland), 2000, accepted for publication in *Solid State Phenomena*.
- [35] GUY, A. G.: *Metallkunde für Ingenieure*, Band 7 der Reihe *Technisch-Physikalische Sammlung*. Akademische Verlagsgesellschaft, Frankfurt am Main, 1. Auflage, 1970.
- [36] HAASEN, P.: *Physikalische Metallkunde*. Springer-Verlag, Berlin, 3. Auflage, 1994.
- [37] HANSEN, M. and K. ANDERKO: *Constitution of Binary Alloys*. Metallurgy and Engineering Series. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London, 1. edition, 1958.



- [38] HARDER, J.: *Finite element simulation of local plastic flow in polycrystals*. In *Physics and Mechanics of Finite Plastic and Viscoplastic Deformation, Proceedings of PLASTICITY '97: The Sixth International Symposium on Plasticity and Its Current Applications*, Juneau (USA), 14. – 18. 07. 1997.
- [39] HARDER, J.: *Simulation lokaler Fließvorgänge in Polykristallen*. Dissertation, TU Braunschweig, Braunschweiger Schriften zur Mechanik, Nr. 28-1997, Mechanik-Zentrum der TU Braunschweig, 1997. PDF-Datei unter <http://www.biblio.tu-bs.de/ediss/data/harder/abstract.html>.
- [40] HARDERS, H.: *Ermüdung von Metallschaum*. Dissertation, TU Braunschweig, noch nicht veröffentlicht.
- [41] HARDERS, H., J. RÖSLER, K. HUPFER, and E. STECK: *Experimental studies and simulations of the fatigue behaviour of metal foams*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 317–322, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [42] HARDERS, H., J. RÖSLER, K. HUPFER und E. STECK: *Arbeitsbericht zum DFG-Vorhaben RO 2045/7-1 „Werkstoffgesetze und Werkstoffdesign ermüdungsbelasteter Metallschäume“ im DFG-Schwerpunktprogramm SPP 1075*. Institut für Werkstoffe, Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre, TU Braunschweig, 2000.
- [43] HAVLIČEK, F., J. KRATOCHVIL, M. TOKUDA, and V. LEV: *Finite element model of plastically deformed multicrystal*. *International Journal of Plasticity*, 6:281–291, 1990.
- [44] HEINRICH, H., R. NEUHAUS, and C. SCHWINN: *Dislocation structure and densities in tensile deformed CuMn crystals oriented for single glide*. *Physica Status Solidi (a)*, 131:299–308, 1992.
- [45] HONEYCOMBE, R. W. K.: *The Plastic Deformation of Metals*. Edward Arnold Ltd., London, 1968.
- [46] HUSCHKA, S.: *Modellierung eines Materialgesetzes zur Beschreibung der mechanischen Eigenschaften von Aluminiumschaum*. Dissertation, Universität Stuttgart, VDI-Verlag. Fortschrittberichte, Reihe 5, Nr. 525, 1998.

- [47] JASIUNIENĖ, J., J. GOEBBELS, B. ILLERHAUS, P. LÖWE, and A. KOT-TAR: *3D investigation of strength tested metallic foams by micro-tomography*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 251–254, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [48] JORDAN, E. H. and K. P. WALKER: *A viscoplastic model for single crystals*. Journal of Engineering Materials and Technology, 114:19–26, 1992.
- [49] KO, W. L.: *Deformations of foamed elastomers*. Journal of Cellular Plastics, 1:45–50, 1965.
- [50] KRETZ, R., E. HOMBERGSMEIER, and K. EIPPER: *Manufacturing and testing of aluminium foam structural parts for passenger cars demonstrated by example of a rear intermediate panel*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Metal Foams and Porous Metal Structures*, pages 23–28, Bremen (Germany), 1999. MIT-Verlag.
- [51] KÖRNER, C., M. THIES, M. ARNOLD, and R. F. SINGER: *Modelling of metal foaming by in-situ gas formation*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 93–98, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [52] LANGE, G. (Herausgeber): *Systematische Beurteilung technischer Schadensfälle*. Wiley-VCH, Weinheim, 5. Auflage, 2001.
- [53] LEITLMEIER, D. und H. FLANKL: *Vergleich der Herstellverfahren von Aluminiumschaum unter dem Aspekt zukünftiger industrieller Anwendungsmöglichkeiten*. In: KAUFMANN, H. und P. J. UGGOWITZER (Herausgeber): *Vom Werkstoff zum Bauteilsystem*, Seiten 155–167, Ranshofen (Österreich), Mai 2000. Leichtmetall-Kompetenzzentrum Ranshofen.
- [54] MACHERAUCH, E.: *Praktikum in Werkstoffkunde*. Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, Wiesbaden, 9. Auflage, 1990.
- [55] MARKAKI, A. E. and T. W. CLYNE: *The effect of cell wall microstructure on the deformation and fracture of aluminium-based foams*. Acta Materialia, 49:1677–1686, 2001.

- [56] MENGES, G. and F. KNIPSCHILD: *Estimation of mechanical properties for rigid polyurethane foams*. Polymer Engineering and Science, 15(8):623–627, 1975.
- [57] MÉRIC, L., G. CAILLETAUD, and M. GASPÉRINI: *F. E. Calculations of copper bicrystal specimens submitted to tension-compression tests*. Acta Metallurgica et Materialia, 21(3):921–935, 1994.
- [58] MERKEL, M. und K.-H. THOMAS: *Taschenbuch der Werkstoffe*. Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, Leipzig, 5. Auflage, 2000.
- [59] MEYER, M.: *Analyse einkristalliner Konstruktionsbauteile unter Berücksichtigung der anisotropen mechanischen Eigenschaften*. Konstruktiver Entwurf, Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre, TU Braunschweig, 1998.
- [60] MISES, R. v.: *Mechanik der plastischen Formänderung von Kristallen*. Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik, 8:161–185, 1928.
- [61] MIYOSHI, T., M. ITOH, S. AKIYAMA, and A. KITAHARA: *ALPORAS aluminum foam: Production process, properties, and applications*. Advanced Engineering Materials, 2(4):179–183, 2000.
- [62] MOSLER, U.: *Mikrostrukturuntersuchungen von AlSi 7-Schaum*. Vortrag beim Arbeitskreistreffen *Quantitative Gefügebestimmung* des DFG-SPP 1075 am 29. und 30.03. 2000, unveröffentlicht, Institut für Metallkunde, TU Bergakademie Freiberg, 2000.
- [63] MOSLER, U., G. HEINZEL, U. MARTIN und H. OETTEL: *Mikrostruktur und Verformungsverhalten von Aluminium-Schäumen*. Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 31:519–522, 2000.
- [64] MOSLER, U. und A. MÜLLER: *Gefügeinterpretation von Aluminium-Schäumen*. Praktische Metallographie (Sonderbände), 32:279–284, 2001.
- [65] MOSLER, U., A. MÜLLER, H. BAUM, U. MARTIN, and H. OETTEL: *Microstructure of the foamable precursor and foamed aluminium material*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 233–238, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.

- [66] MOTZ, C. and R. PIPPAN: *Deformation behaviour of closed-cell aluminium foams in tension*. Acta Materialia, 49:2463–2470, 2001.
- [67] OLURIN, O. B., N. A. FLECK, and M. F. ASHBY: *Fatigue of an aluminium alloy foam*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Metal Foams and Porous Metal Structures*, pages 365–371, Bremen (Germany), 1999. MIT-Verlag.
- [68] READ, W. T.: *Dislocations in Crystals*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London, 1953.
- [69] RECKLING, K.-A.: *Plastizitätstheorie und ihre Anwendung auf Festigkeitsprobleme*. Springer-Verlag, Berlin, 1967.
- [70] RHINES, F. N.: *Phase Diagrams in Metallurgy*. Metallurgy and Engineering Series. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London, 1. edition, 1956.
- [71] ROBERTS, A. P. and E. J. GARBOCZI: *Elastic moduli of model random three-dimensional closed-cell cellular solids*. Acta Materialia, 49:189–197, 2001.
- [72] ROBERTS, J. M. and N. BROWN: *Microstrain in zinc single crystals*. Transactions of the Metallurgical Society of AIME, 3:454–463, 1960.
- [73] RÖSCH, R.: *Eutektikum des Aluminium-Siliziums*. Dissertation, TU München, Fakultät für Maschinenwesen der TU München, 1994.
- [74] RÖSLER, J., H. HARDERS und M. BÄKER: *Mechanisches Verhalten der Werkstoffe*. Verlag B. G. Teubner, Wiesbaden, 2003.
- [75] SANCHEZ, C. R. L., A. R. KENNEDY, and J. V. WOOD: *Study of liquid-gas interactions during the foaming of compacted Al-TiH<sub>2</sub> powders*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 69–77, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [76] SCHACHT, T.: *Orientierungsabhängige Rissbildung in duktilen Metallen*. Dissertation, TU Braunschweig, Braunschweiger Schriften zur Mechanik, Nr. 42-2001, Mechanik-Zentrum der TU Braunschweig, 2001.

- [77] SCHMID, E. und W. BOAS: *Kristallplastizität mit besonderer Berücksichtigung der Metalle*. Springer Verlag, Berlin, 1935.
- [78] SCHULTZ, O., A. DES LIGNERIS, O. HAIDER, and P. STARKE: *Fatigue behaviour, strength and failure of aluminium foam*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Metal Foams and Porous Metal Structures*, pages 379–386, Bremen (Germany), 1999. MIT-Verlag.
- [79] SCHUMANN, H.: *Metallographie*. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig, 4. Auflage, 1962.
- [80] SEEGER, A.: *Theorie der Gitterfehlstellen*. In: FLÜGGE, S. (Herausgeber): *Handbuch der Physik*, Band VII, Teil I, Seiten 383–665, Springer-Verlag, Berlin, 1958.
- [81] SILVA, M. J. and L. J. GIBSON: *The effects of non-periodic microstructure and defects on the compressive strength of two-dimensional cellular solids*. International Journal of Mechanical Sciences, 39(5):549–563, 1997.
- [82] SILVA, M. J., W. C. HAYES, and L. J. GIBSON: *The effects of non-periodic microstructure on the elastic properties of two-dimensional cellular solids*. International Journal of Mechanical Sciences, 37(11):1161–1177, 1995.
- [83] SIMANČIK, F., K. BEHULOVÁ, and L. BORŠ: *Effect of ambient atmosphere on metal foam expansion*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 89–92, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [84] SLOAN, S. W.: *Substepping schemes for the numerical integration of elastoplastic stress-strain relations*. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 24:893–911, 1987.
- [85] STECK, E.: *Höhere Festigkeitslehre*. Vorlesungsmanuskript. Institut für Allgemeine Mechanik und Festigkeitslehre, TU Braunschweig, 1994.
- [86] STOUFFER, D. C. and L. T. DAME: *Inelastic Deformation of Metals*. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.
- [87] STÜWE, H.-P.: *Einführung in die Werkstoffkunde*, Band 467 der Reihe *B.I.-Hochschultaschenbuch*. B.I.-Wissenschaftsverlag, Mannheim, Wien, Zürich, 2. Auflage, 1991.

- [88] SUGIMURA, Y., J. MEYER, M. Y. HE, H. BART-SMITH, J. GRENESTEDT, and A. G. EVANS: *On the mechanical performance of closed cell Al foams*. Acta Materialia, 45(12):5245–5260, 1997.
- [89] SUGIMURA, Y., A. RABIEI, A. G. EVANS, A. M. HARTE, and N. A. FLECK: *Compression fatigue of a cellular Al alloy*. Materials Science & Engineering, A 269:38–48, 1999.
- [90] TENCKHOFF, E.: *Verformungsmechanismen, Textur und Anisotropie in Zirkonium und Zircaloy*, Band 5 der Reihe Materialkundlich-Technische Reihe. Gebrüder Borntraeger, Berlin, Stuttgart, 1980.
- [91] TEODOSIU, C., J. L. RAPHAEL, and L. TABOURET: *Finite element simulation of large elastoplastic deformation of multicrystals*. In TEODOSIU, C., J. L. RAPHAEL, and F. SIDOROFF (editors): *MECAMAT '91*, pages 153–168, Rotterdam (Netherlands), 1991. Balkema.
- [92] VOLLERTSEN, F. und S. VOGLER: *Werkstoffeigenschaften und Mikrostruktur*. Carl-Hanser-Verlag, München, 1989.
- [93] VORONOÏ, G. F.: *Nouvelles applications des paramètres continus à la théorie des formes quadratiques, deuxième mémoire, recherches sur les paralléloèdres primitifs*. Journal für die reine und angewandte Mathematik, 134:198–287, 1908.
- [94] WADLEY, H. N. G.: *Cellular metals and manufacturing: an overview of stochastic and periodic concepts*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Cellular Metals and Metal Foaming Technology*, pages 137–146, Bremen (Germany), 2001. MIT-Verlag.
- [95] WALLACH, J. C. and L. J. GIBSON: *Mechanical behavior of a three-dimensional truss material*. International Journal of Solids and Structures, 38:7181–7196, 2001.
- [96] WEBER, M.: *Herstellung von Metallschäumen und Beschreibung der Werkstoffeigenschaften*. Dissertation, TU Clausthal, Fakultät für Bergbau, Hüttenwesen und Maschinenwesen der TU Clausthal, 1995.
- [97] WOLTERS, J., J. BETTEN und H. J. PENKALLA: *Implementierung eines strukturabhängigen Werkstoffmodells für die Superlegierung IN738LC in das Finite-Elemente-Programm ABAQUS*, Band 2907 der Reihe Berichte

*des Forschungszentrums Jülich*. Forschungszentrum Jülich GmbH, Jülich, 1994.

- [98] ZAEFFERER, S.: *Entwicklung und Anwendung eines elektronenmikroskopischen On-Line-Verfahrens zur Bestimmung von Verformungssystemen in hexagonalen Werkstoffen*. Dissertation, TU Clausthal, Fakultät für Bergbau, Hüttenwesen und Maschinenwesen der TU Clausthal, 1995.
- [99] ZETTL, B. and S. STANZL-TSCHEGG: *Fatigue of aluminium foams at ultrasonic frequencies*. In BANHART, J., M. F. ASHBY, and N. A. FLECK (editors): *Metal Foams and Porous Metal Structures*, pages 373–378, Bremen (Germany), 1999. MIT-Verlag.
- [100] ZHANG, J.: *The Mechanics of Foams and Honeycombs*. University of Cambridge, 1989.

## Braunschweiger Schriften zur Mechanik – BSM

Bisher erschienene Berichte in dieser Reihe:

- 1–1990 Plonski, T.:  
Dynamische Analyse von schnelldrehenden Kreiszylinderschalen
- 2–1991 Wegener, K.:  
Zur Berechnung großer plastischer Deformationen mit einem Stoffgesetz vom Überspannungstyp
- 3–1991 Gröhlich, H.:  
Finite-Element-Formulierung für vereinheitlichte inelastische Werkstoffmodelle ohne explizite Fließflächenformulierung
- 4–1992 Hesselbarth, H.:  
Simulation von Versetzungsstrukturbildung, Rekristallisation und Kriechschädigung mit dem Prinzip der zellulären Automaten
- 5–1992 Schlums, H.:  
Ein stochastisches Werkstoffmodell zur Beschreibung von Kriechen und zyklischem Verhalten metallischer Werkstoffe
- 6–1992 Kublik, F.:  
Vergleich zweier Werkstoffmodelle bei ein- und mehrachsigen Versuchsführungen im Hochtemperaturbereich
- 7–1992 Bechtloff, J.:  
Interpolationsverfahren höheren Grades für Robotersteuerungen
- 8–1993 Müller, M.:  
Dreidimensionale elastodynamische Analyse von Tanks mit fluidbenetzten Einbauten
- 9–1993 Senker, P.:  
Stabilitätsanalyse elastischer Rotorsysteme
- 10–1993 Cheng, W.:  
Schallabstrahlung einer schwingenden Reissner/Mindlin-Platte
- 11–1993 Wiebe, T.:  
Wellenausbreitung in poroelastischen Medien: Untersuchung mit Randintegralgleichungen
- 12–1993 Hahne, M.:  
Beschreibung der plastischen Längsdehnung bei Torsion mit einem makroskopischen Stoffgesetz
- 13–1993 Heisig, G.:  
Zum statischen und dynamischen Verhalten von Tiefbohrsträngen in räumlich gekrümmten Bohrlöchern
- 14–1994 Araújo, F. C.:  
Zeitbereichslösung linearer dreidimensionaler Probleme der Elastodynamik mit einer gekoppelten BE/FE-Methode
- 15–1994 Kristen, M.:  
Untersuchung zur elektrischen Ansteuerung von Formgedächtnis-Antrieben in der Handhabungstechnik
- 16–1994 Latz, K.:  
Dynamische Interaktion von Flüssigkeitsbehältern



- 17–1994 Jäger, M.:  
Entwicklung eines effizienten Randelementverfahrens für bewegte Schallquellen
- 18–1994 August, M.:  
Schwingungen und Stabilität eines elastischen Rades, das auf einer nachgiebigen Schiene rollt
- 19–1994 Erbe, M.:  
Zur Simulation des Rißwachstums in dreidimensionalen, elastisch-plastischen Strukturen mit der Methode der Finiten Elemente
- 20–1995 Gerdes, R.:  
Ein stochastisches Werkstoffmodell für das inelastische Materialverhalten metallischer Werkstoffe im Hoch- und Tieftemperaturbereich
- 21–1995 Tröndle, G.:  
Effiziente Schallberechnung mit einem adaptiven Mehrgitterverfahren für die 3-D Randelementmethode
- 22–1996 Degenhardt, R.:  
Nichtlineare dynamische Bauwerksprobleme und Interaktion mit dem Baugrund
- 23–1996 Feise, H. J.:  
Modellierung des mechanischen Verhaltens von Schüttgütern
- 24–1996 Haubrok, D.:  
Reibungsfreie Kontaktprobleme der 2D-Elastostatik und -dynamik als Optimierungsaufgabe mit REM
- 25–1996 Lehmann, L.:  
Numerische Simulation der Spannungs- und Geschwindigkeitsfelder in Silos mit Einbauten
- 26–1996 Klein, R.:  
Dynamische Interaktion von dünnwandigen Tragwerken und Boden mit Abschirmschlitzten
- 27–1996 Kopp, T.:  
Simulation großer inelastischer Deformationen bei Torsionsversuchen
- 28–1997 Harder, J.:  
Simulation lokaler Fließvorgänge in Polykristallen
- 29–1997 Lewerenz, M.:  
Zur numerischen Behandlung von Werkstoffmodellen für zeitabhängig plastisches Materialverhalten
- 30–1997 Meywerk, M.:  
Stabilität und Verschleiß bei auf Schienen laufenden Eisenbahnradsätzen
- 31–1997 Plagge, F.:  
Nichtlineares, inelastisches Verhalten von Spiralseilen
- 32–1997 Neubert, M.:  
Richtungsregelung beim Tiefbohren
- 33–1998 Sangi, D.:  
Die Versetzungsstrukturbildung in Metallen
- 34–1998 Thielecke, F.:  
Parameteridentifizierung von Simulationsmodellen für das viskoplastische Verhalten von Metallen – Theorie, Numerik, Anwendung

- 35–1998 Vietgen, J.:  
Numerische Simulation duktilen Rißwachstums mit Berücksichtigung von  
Schädigung
- 36–1998 Läer, B.:  
Einfluß transienter Anregungen auf die Zylinderkopf-Akustik
- 37–1998 Scheld, C.:  
Auswirkungen dynamischer Interaktionen auf das Schwingungsverhalten  
von Tanks
- 38–1999 Baaran, J.:  
Schallfeldanalyse bei sich bewegenden schallerzeugenden Körpern
- 39–1999 Daros, C. H.:  
Wave propagation in unbounded piezoelectric media of transversely isotro-  
pic symmetry
- 40–2000 Wagner, N.:  
Untersuchung der Boden-Fahrzeug-Interaktion mit gekoppelten Rand- und  
Finite-Element-Methoden
- 41–2001 Langer, S.:  
Schalltransmission durch Isolierverglasung
- 42–2001 Schacht, T.:  
Orientierungsabhängige Rissbildung in duktilen Metallen
- 43–2002 Ackermann, L.:  
Simulation der Schalltransmission durch Wände
- 44–2002 Barthold, F.:  
Zur Kontinuumsmechanik inverser Geometrie Probleme
- 45–2002 Böhrnsen, J.:  
Dynamisches Verhalten von Schüttgütern beim Entleeren aus Silos
- 46–2002 Zorn, C.:  
Plastisch instabile Verformung aufgrund dynamischer Reckalterung und  
korrelierten Versetzungsgleitens
- 47–2002 Küsel, M.:  
Wellige Verschleißmuster auf Laufflächen von Eisenbahnrädern
- 48–2002 Bross, S.:  
Versetzungsdynamik und Reckalterung als Ursache instabilen Materialver-  
haltens beim Portevin-Le Chatelier-Effekt
- 49–2002 Vesper, M.:  
Modellierung von Korn und Korngrenze in polykristallinen Gefügen
- 50–2003 Steindorf, J.:  
Partitionierte Verfahren für Probleme der Fluid-Struktur-Wechselwirkung
- 51–2003 Meyer, M.:  
Reduktionsmethoden zur Simulation des aeroelastischen Verhaltens von  
Windkraftanlagen
- 52–2003 Wittich, H.:  
Inhomogene Gleitung bei nahgeordneten CuAl-Legierungen